ARITMETICA PRATICA

Composta dal Molto R. P.

CHRISTOFORO CLAVIO BAMBERGENSE,

Della Compagnia di GIESV'.

E tradotta dal Latino in Italiano.

DAL SIGNOR Millet

LORENZO CASTELANO

Patritio Romano.

Reuista dal medesimo P. CLAVIO *con alcune aggiunte.*

IN VENETIA, M.DC.XCVI.

Appresso Nicolò Pezzana.

Con Licenza de' Superiori, e Priuilegio.

AL LETTORE.

ANcorche la cognitione di tutte le cose Matematiche mi diletti sommamente, nondimeno prendo gusto particolare, e piacere incredibile dell'Aritmetica: e ciò auuiene, non solo per vna certa sua eccellenza, e dignità; ma ancora, perche senza l'Aritmetica, come io mi persuado, nissuna scienza, come ardisce di dir Platone, nè la stessa compagnia, & adunanza de gl'huomini si può conseruare: imperoche occorre ogni giorno nelle facende, e ne' traffichi, con i quali quasi si mantiene l'amicitia, e congiuntione de gl'huomini, che bisogna dare, e domandar conto del riceuuto, dello speso: far bilanci, diuidere vn num. vgualmente, ò disugualmente in più parti, seruando però vna certa proportione, far diuerse ragioni, nelle quali cose non è manco dannoso, che vituperoso, l'ingannare altri, che restar ingannato: onde benche troppo audacemente, fù però ben detto da Platone, che chi leuasse dal mondo l'Aritmetica, leuarebbe insieme ancora, & ogni prudenza, & ogni humanità, non si potendo conuersare senza quella nè le cose publiche, nè le priuate; anzi tutte l'altre scienze sono totalmente fondate nell'Aritmetica, che non pare, che questa possa cadere, senza che quelle della sua rouina non restino grauemente dannificate, e guaste. Perche ne l'Astrologo, nè il Geometra farà al Mondo probabili le sue speculationi, che habbino non sola la verità, ma ancora il diletto cangionto con l'vtile, se non hauerà bene impressa nell'animo la natura di tutti i numeri. Imperoche per ogni picciolo errore, che faccia nel computare, vedrà grandissima rouina dell'altre cose. E per questo il Principe degl'ingegni Platone voleua, che questa fusse, come prima porta di tutte l'altre dottrine, non solo perche quelle senza i numeri sono niente; ma ancora perche nel trattar de' numeri s'abbellisce l'animo, e si pre-

prepara à riceuere i semi di tutte l'altre scienze. Inuaghitomi dunque della bellezza di questa scienza già tutto mi diedi ad inuestigare la natura di tutti i numeri per potere, come l'hauesse bene intesa, e capita con l'intelletto, illustrarla poi con le lettere, e ridurre li precetti dell'Aritmetica, e le regole dell'-Algebra, (cosa non da tutti ben intesa) de' quali à pena trouerai cosa più bella, ò più nobile al Mondo, à certi capi, e più facili demonstrationi, à fin che ogn'vno l'intendesse, e se gli facesse familiari. Cosa veramente bella; ma di molta fatica, e di molto tempo. Hora mentre vò riuedendo, e cerco di limare, e polire quest'Opera, comincia à mettere insieme per mio vso in vn libretto separatamente tutte quelle cose, che in varij Libri haueuo trouate sparse per hauerle alla mano, e per dichiararle a' miei Auditori. Perche gl'Autori che fin quì hanno trattato dell'Aritmetica, ò con la moltitudine de' precetti hanno messo ogni cosa in confusione, ò con la breuità l'hanno di sorte fatta oscura, (in che non intendo però di far pregiuditio ad alcuno) che in questa scienza i principianti à pena trouano chi poter seguir per loro maestro, ò loro guida. Di questo libretto, essendo non sò come vscito dalle mie, & venuto in mani d'altri, fui pregato strettamente da persone d'autorità di far parte à molti, mostrandomi, che sarebbe vtile assai, e caro à tutti li studenti; e particolarmente à quelli, che frequentano le nostre Scole: all'vtilità de' quali il non voler prouedere, non è cosa da huomo, che habbia dedicato se stesso, e ciò che hà, alla gloria di Dio, & al beneficio, e commodo del prossimo. Onde persuaso, e mosso dalle preghiere, e dall'autorità di questi, hò deliberato mandar fuora il presente libretto, qual desidero (lettore) che ti piaccia riceuere con quell'animo, co'l quale io lo dò, e che d'esso ti serui, fin che venga in luce quell'altra maggior'Opera, che piacendo à Dio spero sia per esser in breue. Stà sano.

TAVOLA DEI CAPI

Di questa Aritmetica.

DEL MODO DI NVMERARE Li Numeri intieri.

CAPITOLO PRIMO.

IL numeratore è vn disporre, e ordinare qualunque num. proposto co i proprij caratteri, e figure: Et anco è vn' esprimere la valuta di qual si voglia numero co i proprij caratteri disposto, & ordinato. *Che cosa sia numerare.*

E per rappresentare tutti i numeri, vsano gl'Aritmetici dieci caratteri, ò vero figure, cioè: *Dieci figure di numeri.*

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.

Delle quali figure le prime noue si domandano significatiue, perche ogn'vna di loro significa tante vnità, quante contiene il luogo, che ella nel proposto ordine tiene. Come per essempio, questa figura 6. significa sei vnità, perche è posta nel sesto luogo, e così di tutte l'altre. Ma la decima, per l'vltima, e per se stessa niente significa, e si domanda cifra, ò zero: accresce però il significato, & il valore dell'altre figure, come da quel che seguirà, sarà manifesto.

In qual si voglia numero, che si scriue con più figure, tanti sono li luoghi, quante sono le figure, ò siano significatiue, ò nò: & il primo luogo, ouero figura è quella, che è l'vltima verso la parte destra, & il secondo luogo, ouero seconda figura è quella, che gl'è più vicina, seguendo verso la banda sinistra; talche quel luogho, ouero figurà si dirà esser l'vltima, che sarà prima nella banda sinistra. Come quì 4352. la prima figura è 2. e l'vltima è 4. Ma se ciascuna di queste figure separatamente rappresentarà vn numero, in questo modo 4. 3. 5. 2. la prima figura sarà 4. e l'vltima 2. La causa perche l'ordine de i luoghi, e delle figure in qual si voglia numero si cominci dalla banda destra, caminãdo verso la sinistra, è perche dicono l'Aritme- *Quanti luoghi siano in qual si voglia numero. Prima, & vltima figura in qual si voglia numero quale sia.*

tici essere stata ritrouata da'Fenici, quali vsano di scriuere dalla banda destra verso la sinistra, secondo il costume de gl'Hebrei, Arabi, e Caldei.

L'ordine de'luoghi di qual si voglianu. perche si cominci dalla banda destra, caminando verso la sinistra

Ciascuna figura posta nel primo luogo, rappresenta semplicemente se stessa: nel secondo luogo significa se stessa dieci volte: nel terzo cento volte: nel quarto mille volte: nel quinto dieci mille volte: nel sesto cento milla volte, e così seguendo in infinito: Di maniera, che i luoghi nell'ordine loro si superano l'vn l'altro in proportione decupla, cioè, il primo è superato dal secondo dieci volte, e così il secondo dal terzo, il terzo dal quarto, &c. Come quì 34567. la prima figura, cioè 7. significa solamente sette vnità: la seconda, che è 6. sessanta vnità, cioè, dieci volte sei: la terza, che è 5. cinquecento vnità, cioè, cento volte cinque: la quarta, che è 4. quattromilla vnità, cioè, mille volte quattro: la quinta, che è 3. trentamilla vnità, cioè, diecimilla volte tre. Si che tutto quel numero s'hauerà da proferire in questo modo; trentaquattromilla, cinquecento, sessanta, sette. Nel medesimo modo si potrà proferire qual si voglia altro numero, se diligentemente si considerarà, quante volte ciascuna figura posta in diuersi luoghi significhi se stessa.

Che significhi ciascuna figu. in qual si voglia luogo posta. Le figu. in qual si voglia num. nell' ordine loro si auanzano in proportiono decupla.

Ma per facilitare la numeratione, sarà bene diuidere il numero in membri, in questo modo. Si ponga vn ponto supra la prima figura da man destra, e doppo andando verso la sinistra, e lasciate due figure, pongasi vn'altro ponto sopra la figura, che segue, posta nel quarto luogo. E così per ordine lasciando sempre due figure senza ponti, scriuasi vn ponto sopra quella che segue, come quì sotto vedrai.

Che si habbia da osseruare per facilitare il numeratore.

. . . . .
4232908956280 0

Perche ciascuna figura sotto qual si voglia ponto con le due altri innanzi à lei verso la parte sinistra, constituisce vn membro; Talche ogni membro, sia di tre figure, eccetto l'vltimo membro verso la parte sinistra, che alcuna volta può hauere vna figura sola, cioè, posta sotto'l ponto, come auuerrebbe nel proposto

posto

posto essempio in cinque membri compartito, se li togliesse via l'vltima figura, che è 4. Et alcuna volta il medesimo membro, nè può hauer due sole figure, come nel posto essempio. Questi ponti si potranno anco porre di sotto'l numero, e haueranno il medesimo effetto.

Fatto questo per esprimere ciaschedun numero, basta esprimere separatamente ogni membro da per se, del quale la prima figura significa vnità, la seconda decine d'vnità, e la terza centinaia: Ma doppo la pronunciatione di qual si voglia membro, si debbe aggiongere questa voce (Mille) tante volte, quãti membri seguitano quello che si pronontia. Di modo però, che la prima volta si dica migliaio, ò migliaia, e dipoi sempre si dica di migliaia, come hor hora sentirai.

Quel membro, che è l'vltimo verso la parte sinistra, è il primo ad esser proferito; e quello che è prima dalla parte destra, è l'vltimo: Così adunque si hà da proferire il numero poco fa proposto.

Il primo membro, che è quarantadue si pronuntiarà così; quarantadua migliaia di migliaia di migliaia di migliaia; talche questa voce (migliaia) si senta quattro volte: per amor delli quattro membri, che seguono quel che è proferito.

Il secondo membro, cioè 329. così, trecento vintinoue migliaia di migliaia di migliaia.

Il terzo membro, che è 089. così, ottantanoue migliaia di migliaia.

Il quarto membro, che è 562. così, cinquecento sestantadue migliaia.

Il quinto membro finalmente cioè 800. così, ottocento.

Ci si renderà ancora più facile la numeratione, se in luogo del ponto si porrà o. & 1. in luogo del secondo, & 2. luogo del terzo, & 3. in luogo del quarto, e così in infinito: si come si vede nell'istesso essempio quì sotto.

4 3 2 1 0
42329089562800

Imperò che in questa maniera facilmente s'intende, quante volte la voce (Mille) s'habbia à porre nel proferire di ciascun membro: Douendosi porre tante volte, quante vnità si contengono nella figura posta sopra il membro, che si deue proferire.

Hora se secondo il costume d'Italia vorremo vn migliaio de migliaia chiamare millioni, con manco parole, e forse più significatamente, esprimeremo qual si voglia numero proposto, diuidendolo in maggiori membri, in questo modo. Sopra la prima figura da man destra, si ponga 0. e dipoi lasciate cinque figure di mezzo, sopra la seguente figura, che tiene il settimo luogo, si ponga 1. e dopò questa, lasciate di nuouo cinque figure, si ponga 2. sopra la figura, che occupa il terzo decimo luogo, e così successiuamente lasciate sempre cinque figure, si ponga 3. 4. 5. &c. Si come quì nell'essempio medesimo si vede fatto.

2 1 0
42329089562800.

Ciaschedun membro contiene sei figure, (eccetto l'vltimo, che ne può hauer vna, due, tre, quattro, ò cinque solamente) le quali tutte insieme si hanno da proferire, e doppo la prolatione di qual si voglia membro, si deue aggiongere tante volte la voce millione, quante sono l'vnità, che si contengono nella figura posta sopra il membro. La prima volta però si dica millione, ò millioni, e dipoi sempre si dica di millioni: E acciò ciascun membro più facilmente si proferisca, mettasi vn ponto sotto la quarta figura di quello, il quale significarà in quel luogo esser le migliaia.

Adunque l'essempio proposto di sopra in questo modo s'hauerà da proferire; Quarantadue millioni, di millioni, trecento vintinoue migliaia di millioni, ottantanoue millioni, cinquecento sessantadue migliaia, & ottocento.

DEL MODO DI AGGIONGERE, O *sommare li numeri intieri insieme. Cap. II.*

L'aggiongere, ò sommare, che cosa sia.

L'Aggiongere, ò sommare è raccorre due, ouero più numeri in vna somma.

Li num. che si sommano, in che modo si hanno da collocare.

Li numeri che s'hanno da sommare insieme, si hanno da porre di tal maniera, che l'vno posto sotto l'altro, le prime figure rispondino trà di loro, e così le seconde, le terze, le quarte, &c. di modo, che il mancamento d'esse, se pur vi sarà in qualche numero, si veda dalla banda sinistra, come dire: questi numeri da sommarsi, s'hanno da porre, come qui apparisce.

710654	
8907	
56789	8 X 8
880	
777230	

In che modo si faccia la somma.

E tirata dipoi vna linea sotto li numeri, che si deuono sommare, si raccorrano prima tutte le prime figure tra di loro, & il numero prodotto, se si potrà scriuere con vna sola figura, si porrà di sotto della linea, e sotto le prime figure; ma se si dourà scriuere il prodotto con due figure, si porrà la prima di quelle, e l'altra si serbarà per aggiongerla alle seconde figure, che si doueranno sommare trà loro. Doppo questo nel medesimo modo si raccolgono le seconde figure, aggiontoui prima quella, che era riseruata, (se però alcuna è riseruata,) e così delle terze, quarte, e l'altre. Ma se dalla raccolta dell'vltime figure si comporrà vn numero, che s'habbia da scriuere con due figure, si doueranno all'hora mettere tutte due sotto la linea, senza riseruatione alcuna, per esser finita tutta la raccolta da farsi. Come per essempio. Nelle prime figure delli proposti numeri o. & 9. fanno noue, aggiongo 7. e fò 16. aggiongo quattro, e fò 20. Pongo dunque sotto

ſotto le prime figure il o. e riſerbo 2. Dapoi nelle ſeconde figure del 2. che hauemo ſerbato, & 8. ſi fanno 10. aggiongo 8. e ſi fanno 18. aggiongo o. e pur ſi fanno 18. aggiongo 5. e ſi fanno 23. Pongo dunque 3. ſotto le ſecõde figure, e riſerbo 2. Doppo queſto vò alle terze figure, doue del due che m'ero riſerbato, & 8. fò 10. aggiongo 7. e fò 17. aggiongo 9. e fò 26. aggiongo 6. e fò 32. Pongo dunque 2. ſotto le terze figure, e riſerbo 3. Di nuouo nelle quarte figure del 3. che io haueuo riſerbato, & 6. ſi fa 9. aggiongo 8. e ſi fa 17. aggiongo o. e ſi fa pur 19. Pongo dunque 7. ſotto le quarte figure, e riſerbo 1. che aggiongo alle quinte figure, e fò 7. e pongo 7. ſotto le quinte figure, e non riſerbo niente. Vltimamente perche nell'vltimo luogo ſi ritroua ſola queſta figura 7. la pongo ſotto la linea, & viene ad eſſer finita la ſomma. E ſi come noi habbiamo raccolto le figure de i numeri, che s'hanno à ſommare inſieme, da giù in sù aſcendendo; così ancora ſi potranno raccorre in vna ſomma cominciando dalla parte ſuperiore deſcendendo à baſſo.

Che coſa habbia fare quãdo dalle figu. d'vn luogo ſi raccoglie vn nu. da douerſi ſcriuere con tre figure.

E quando per auuentura dalla raccolta delle figure d'vn luogo creſceſſe vn num. che ſi douerà ſcriuere con tre figure, la prima figura ſi metterà ſotto quel luogo, e l'altre due ſi doueranno aggiongere alle due figure de' ſeguenti luoghi, cioè, la prima di quelle alle figure del più propinquo luogo, e la ſeconda alle figure dell'altro luogo: ò vero ſi deue aggiongere alla figure del ſeguente luogo il numero eſpreſſo da quelle due figure riſerbate, come in queſto eſſempio ſi vedrà.

Doue, perche dalle prime figure ſi fa queſto num. 102. ſi ſcriuerà la prima figura 2. ſotto il primo luogo, e la ſeconda o. s'aggiõgerà alle figure del ſecondo luogo,

6008
5009
4009
308
239
108
108
309
4128
3009
209
308
——
23752

1 X 1

e la

e la figura terza 1. alle figure del terzo luogo; ouero tutto il numero riſerbato 10. ſi aggiongerà alle figure del ſecondo luogo acciò ſi poſſa raccorre il numero 15. del quale la figura 5. ſi porrà ſotto il ſecondo luogo, e la figura 1. s'aggiongerà alle figure del terzo luogo. Imperoche nell'vno, e l'altro modo, ſempre ſi raccorrà il medeſimo numero. Queſto eſſempio tù vedi eſſer prouato per la proua del 9. della quale hora parlaremo.

Ma farai molto bene, ſe quando ſaranno molti numeri da raccorre, gli diſtribuirai in più ordini, e raccorrai la ſomma di ciaſcun ordine da per ſe. Perche ſe finalmente raccorrai inſieme tutte queſte ſomme, harai la ſomma raccolta da tutti li numeri dati, e fuggirai la moleſtia, che occorre neceſſariamente in tante figure da raccorre in vna ſomma. *Ch esi deue fare quando molti nu. sono da raccorsi.*

9008	308	108	3009
5009	239	309	209
4009	108	4128	308
15026	655	4545	3526

Come ſe diuiderai il proſſimo eſſempio in quattro ordini, e le ſomme di ciaſcuno 15026. 655. 4545. 3526. ridurrai in vna, farai la ſomma 23752. la medeſima che prima haueui raccolta; come quì vedi. Et è chiaro non poterſi in queſto ſecondo modo così facilmente errare, come nel primo, perche in queſto non ſi raccolgano tante figure inſieme, quante in quello.

15026
655
4545
3526
23752

Sogliono gli Aritmetici, doppo che hanno finito di fare la raccolta delle figure, farne la proua, ſi come fanno anco di tutte le altre operationi, per conoſcere ſe è fatta bene, ò nò. Il che in quattro modi ſi può fare nella operatione del ſommare. Prima col gettar via tutti li 9. in queſto modo. Si leuino via li 6. di tutti li numeri, che ſi ſono ſommati inſieme, quante volte ſi *Prima proua del raccorre per la regola del 9.*

può

può, e quel che resta, si ponga à parte: Dipoi dalla somma raccolta si leui via anco il noue, quante volte si può, e quel che resta, si noti. Perche se questo auanzo è vguale all'altro auanzo, che prima era restato, benissimo fatta la somma: ma essendo disuguale, non sarà ben fatta: onde bisognerà rifarla di nuouo, acciò l'errore si correga. Così tù vedi nell'essempio primo di sopra essere auanzato il numero 8. doppo di hauer leuati tutti li 9. tanto di tutti li numeri, che s'hanno sommati insieme, quãto dalla somma raccolta; il qual numero 8. è collocato in vna certa croce fatta à questo effetto.

In che modo da qual si voglia numero si leuano facilmente li 9. quante volte si può.

Ma accioche facilmente si leuino via li 9. basta che le figure dei numeri, come se tutte occupassero il primo luogo, si raccholgino trà loro, e subito che la somma arriua al 9. ò che passa il 9. di maniera, che si scriue con due figure, si leuino 9. Il che facilissimamente si farà, se quelle due figure si raccolghino insieme. Imperoche la somma sarà quello che auanza, doppo d'hauere buttato via il 9. Dipoi questo auanzo, ò somma delle due figure, si raccolga con la seguente figura nel medesimo modo, &c. Perche il numero 9. hà questa mirabile proprietà, che se si raccolghino le figure di qual si voglia numero insieme, e dalla somma si caui il 9. ouero quando questa somma si scriue con due figure, quelle due figure si raccolghino in vna somma, tanto resti, ouero si componga, quanto restaria, se si gittasse via il 9. di tutto il numero tante volte, quante si può. Come dire, se da questo numero 38. si leuarà 9. quante volte si potrà, che sarà quattro volte resterà 2. essendo che quattro volte 9. faccino 36. e si dirai 3. & 8. (pigliando le figure separamente del medesimo numero 38.) fanno 11. e ne leui noue, ouero dirai, vno & vno, fanno due (pigliando ancora separatamente le figure di questo numero vndici poco fa composto) hauerai il medesimo numero due, che prima rimase. Così ancor se da questo numero 41. si leuaranno li noue quante volte si potrà, che sarà quattro volte, restarà 5. e se dirai, di 4. & vno (pigliando separatamente le figure

Mirabile proprietà del 9.

del

del numero quarant'vno, si fa anco 5. Finalmente se dal numero 78. leuarai noue quante volte si potrà; cioè otto volte restarà 6. e se dirai 7. & 8. fanno 15. e ne leui 9. dal 15. ouero dirai 1. & 5. fanno 6. hauerai tanto, quanto prima rimase. E la medesima ragione vale in tutti gli altri numeri.

Dunque accioche tù veda, come si deue fare la proua del sommare ne faremo esperienza nel primo essempio in questo modo.

710654		
8907		
56789	8 X 8	
880		
777230		

7. & 1. fanno otto, aggiongendo 6. si fanno quatordici, cioè (leuato il 9.) 5. perche 1. & 4. fanno 5. che restarebbono se di 14. si cauasse il 9. come s'è detto. Aggiongendo 5. à quel 5. si fanno 10. cioè 1. aggionto 4. e fò 5. aggionto 8. e fo 13. cioè 4. aggionto 7. (lasciando il noue, il quale sempre si lascia, e non s'aggionge, douendosi tornare dipoi à leuare) e fò 11. cioè 2. aggiongo 5. e fò 7. aggiongo 6. e fò 13. cioè 4. aggiongo 7. e fò 11. cioè 2. aggiongo 8. e fò 10. cioè 1. aggiongo 8. (lasciando il 9. di mezzo, come s'è detto) e fò 9. cioè 0. perche li 9. s'hanno da buttar via. E restano 8. li quali pongo in vna parte della croce. Similmente nella somma prodotto dì 7. & 7. si fa 14. cioè 5. aggiongo 7. e fò 12. cioè 3. aggiongo 2. e fò 5. Et vltimamente aggiongo 3. e fò 8. come prima, che pongo nell'opposta parte della croce: acciò apparisca l'vgualità de' numeri, che sono restati, doppo hauer leuato via li 9.

Ma perche con questa regola non si leuano li 9. quante volte realmente si può; ma solamente per la detta proprietà del numero noue si troua il numero, che restaria, se tutti li 9. si leuassero via: Di quì è, che questa proua del noue è fallace, come apparisce nel-

La proua del 9. è fallace, e perche è fallace.

nell'eſſempio quì poſto perche la ſomma raccolta è falſa, e nientedimeno la proua fatta per il 9. moſtra che è ben fatta, conciofia, che nell'vna, e nell'altra parte auanzi l'vnità.

25|7
30|3
——
64|1

1 X 1

Che ſe ſi leuaranno li 9. quante volte ſi potrà, ſubito apparirà la falſità della detta ſomma; perche più volte ſi leua il noue dalla ſomma, che dalli numeri ſommati. Però che in queſta ſomma, che 64. ci cõtiene li 9. ſette volte, e ne auãza 1. imperoche 7. volte 9. fa 63. Ma nel numero 25. ſi contiene il 9. tre volte, & auanza 7. che pongo dalla parte deſtra; e nel 39. ci ſi contiene il 9. tre volte, & auanzano 3. che pur noto dalla parte deſtra, talche dalli numeri ſommati ſi caua il 9. cinque volte, & auanzano 7. & 3. nelle quali figure ci ſi contiene il 9. ancora vna volta, & auanza 1. Talche veramente dalli numeri aggionti ſi sarà leuato ſolamente ſei volte il 9. e dalla ſomma raccolta ſette volte. Onde non è marauiglia, che la ſomma ſia falſa, ancorche ſempre vi ſia auanzata l'vnità. Ma la ſomma vera ſarebbe 55. nella quale ſi contiene il 9. ſei volte, & auanza 1. come nelli numeri ſommati.

Nel medeſimo modo, s'alcuno doppo la ſomma giuſtamente raccolto traſponeſſe alcune figure, ouero interponeſſe alle figure della ſomma, ouero delli numeri ſommati inſieme, queſta fig. 9. ouero 0. quante volte vorrà, ouero queſte due 7.2. ouero 6.3. ouero 4.5. ouero 8.1. ſempre la proua moſtrarebbe la ſomma eſſer ben fatta, il che pur non è vero. Perche da poi che queſta operatione del ſommare ſarà fatta bene con la ſua proua, & alcuno per malitia permutaſſe la ſomma così 1565. reſtarebbe ancora la proua nella ſua forza, e nientedimeno la ſomma nõ ſarebbe vera.

1425
230
——8
1655

8 X 8

Il medeſimo ſarebbe, s'alcuno mutaſſe l'ordine delle figu-

In che modo ſi habbino da leuare via li 7. da qual ſi voglia numero.

biamo detto del 9. non hauendo queſto numero 7. la proprietà, che hà il 9. ma ſi deuono pigliare le due prime figure dalla parte ſiniſtra come ſe la prima d'eſſe ſignificaſſe decine, & l'altra vnità, pur che la prima ſia minore del 7. (perche ſe foſſe 7. ò maggior di 7. biſognarebbe leuar il 7. di quella ſola) & da quel numero che ſignificaranno dette due figure, ſi hà da leuar il 7. quante volte ſi può, & pigliare l'auãzo per le decine, & à quello aggiongere la figura ſeguente per vnità, & da queſto nu. eſpreſſo dal detto auanzo, & dalla figura ſeguente di nuouo ſi deue cauar il 7. quãte volte ſi può, e così di mano in mano. Come per eſſempio, del numero 2379. così ſi cauaranno li 7. Dal 23. ſe ſi leuarà tre volte il 7. reſtarà 2. & ſe dal 27 (perche la figura 2. auanzata, & la figura 7. che ſegue, conſtituiſcono queſto numero 27.) ſi leuarà tre volte il 7. reſtarà 6. & finalmente ſe da 69. (ch'è il numero che ſi conſtituiſce dalla figura 6. auanzata, & dalla figura 9. che ſegue) ſi leuarà il 7. quante volte ſi può, cioè, noue volte, reſtarà 6. che ancor reſtarebbe, ſe ſi foſſero leuati tutti li 7. dal detto numero. Nel medeſimo modo da queſto numero 783. così ſi leuaranno li 7. ſe dal 8. (perche il 7. ſi laſcia, com'è ſtato detto, & dal 8. ſi leua il 7.) ſi caua 7. reſta 1. Di nuouo ſe dal 13. ſi caua 7. reſta 6. & così di tutti gli altri.

710654	0
8907	3
56789	5
880	5
772301	

6 X 6

Di modo, che faremo la proua dall'eſſempio poſto di ſopra in queſta maniera.

Laſciata la figura 7. ſe dal 10. ſi leuano li 7. reſta 3. & ſe dal 36. ſi leuano li 7. reſta 1. & leuati li 7. dal 15. reſta 1. & finalmente leuati li 7. dal 14. rimane 0. la qual figura põgo dalla parte deſtra del primo numero, tirata prima vna linea, che diſtingua li num. che

ſi ſosi sono sommati insieme, dalle figure, che si deuono porre dalla parte loro destra.

Di poi nel secondo numero leuati li 7.dal 8.resta 1. & leuati li 7.dal 19. riman 5.& leuati li 7. dal 50. resta 1. & vltimamente leuati li 7.dal 17. rimane 3.che pongo dalla parte destra. Di nuouo nel terzo numero leuati li 7. dal 56.rimane o. Doppo lasciata la figura 7.& leuato il 7.dal 8.rimane 1.Et finalmente leuati li 7.dal 19. rimane 5.che scriuo dalla banda destra. Et finalmente nel quarto numero, leuato li 7. dal 8. rimane 1.& leuati li 7.dal 18. rimane 4.& leuati li 7. dal 40.rimane 5.che pongo dalla perte destra. Et perche 5.5.3. & o. fanno 13. dal qual numero se si leuarà il 7. rimane 6.pongo 6. in vna parte della croce. Ma da questi auanzi più facilmente si leuarà li 7. se dirà 5.& 5. fanno 10. leuato 7. rimane 3. aggiongo 3. fa 6. come di sopra è stato detto nella proua del leuare il 9.Finalmente nella somma, lasciati da parte li 7.7.7. se del 23.si leuarà il 7.quante volte si può,rimane 2.& se del 20. si leuaranno li 7. rimane 6. che pongo dall' altra parte della croce.

Ma si come la proua per il 9. è fallace, si come si è detto; così anco questa per il 7. si troua vitiosa, perche non consideriamo, se tante volte habbiamo leuato il sette dalli numeri sommati, quante volte dalla somma raccolta; ma solamente, se si troua il medesimo auanzo nell'vna, & l'altra parte. Nondimeno non senza ragione da gli Aritmetici vien vsata questa proua, come l'altra del 9. per la causa già detta. Perche se alcuno non traspone li numeri per malitia, à pena si trouarà, ò rade volte il medesimo residuo nell'vna, & l'altra parte, se la raccolta non sarà ben fatta. Et molto più di rado auerrà questo nella proua del sette, che in quella del noue; perche non così semplicemente, & alla grossa si leuano via li sette, come si fa de' noue: ma si vsa non sò che artificio di più. Talche non tanto facilmente può alcuno ingannare vn' altro, ò d'esser ingannato.

La proua del 7.è fallace, ma non tanto quanto quella del 9. & perche.

In questo essempio quì posto la somma non stà befigure ne i numeri, che ſi ſommano inſieme, ouero interponeſſe queſta figura 9. ouero o. come qui appariſce.

14925			
2309			
——•——	8	X	8
17234			

Eſſendo vero queſto, domanderà meritamente alcuno, perche adunque gli Aritmetici vſano queſta proua del 9. Alquale ſi riſponde, che ſe bene per inganno, e malitia queſta proua rieſce falſa, ſi come chiaramente ſi vede negli eſſempij di ſopra; nientedimeno non ſenza ragione gli ſauij Aritmetici la vſano: perche niuno (che non voglia errare à poſta) commetterà tal errore, che queſta proua habbia luogo: ma ſolamente errarà dal giuſto d'vna, ò di due vnità. Di ſorte che all'hora facilmente queſta proua moſtrerà eſſerui errore, e per queſto douerſi correggere la operatione del ſommare. Perche chi ſarà coſì pazzo, che raccolga quella vltima ſomma dalli due primi numeri; Finalmente ſe artificioſamente non s'acconciano li numeri in modo, che buttati via li 9. ſempre reſti il medeſimo difficilmente, ò molto di rado auuerrà, che queſta proua rieſca bene, eccetto quando non s'hauerà fatto errore nel raccorre de i numeri.

Perche s'vſi dall'Aritmetici la proua del 9. eſſendo che ſia fallace.

In vn'altro modo ſi fà la proua col gettar via li 7. in queſta maniera. Si leuino li 7. da tutti li numeri, che ſi ſono aggionti inſieme, quante volte ſi può, e quel che auanza, ſi ponga da parte in vna banda della croce: Dipoi della ſomma raccolta ancora ſi leuino li 7. quante volte ſi può, e quel che auanza, ſi ponga nell'altra parte della croce. Perche ſe queſto auanzo ſarà eguale à quell'altro primo, la raccolta delli numeri ſarà fatta bene; ma ſe ſarà ineguale, non bene. Ma li 7. ſi deuono leuare da ogni vno delli numeri, che ſi ſommano inſieme, ſeparatamente, e li reſidui ſi deuono porre dalla parte deſtra di quelli, e da detti reſidui in vna ſomma raccolti, ſi deue ancora leuare li 7. e queſt'vltimo auanzo ſi deue porre in vna parte della croce. Ma non ſi hanno da leuar li 7. nel medeſimo modo, che hab-

Seconda proua del raccorre per la regola del 7.

ne, & pur la proua per il sette mostra che sia ben fatta.

2031	0
1341	1
344	1

Certezza che l'operatione sia ben fatta, sarà se tutte due le proue per 9. e per 7. riescano.

Essendo tutte due queste proue, che si fanno per il noue, & per il sette fallaci, se vuoi esser certo, e sicuro di non hauer fallato nel sommare, fa tutte due le proue. Perche gran caso sarebbe, che essendo la somma falsa, tutte due le proue riuscissero, come l'esperienze ti mostrerà. E questo voglio, che s'intenda ancora nell'operationi seguenti, cioè, nel sottrarre, moltiplicare, e partire.

Questa tauola quì posta insegna, da quali numeri li sette leuati lascino nulla, ouero o. accioche si renda più facile la proua per il sette à coloro, che ne i numeri sono poco essercitati. L'vso della quale è questo. Se'l numero scritto con due figure, dal quale si deue cauare il sette, si troua in questa tauola, niente restarà, doppo leuati li sette, si come li zeri, che sono all' incontro de i numeri di questa tauola, dimostrano; ma se non si troua il numero posto in questa tauola, s'hauerà da pigliare il numero minore à quello più vicino. Peroche la differẽza trà questo, e quello proposto restarà, doppo che saranno leuati li sette. Come se il numero proposto sarà 69. si douerà pigliare il numero 63. nella tauola, che differisce da 69. in 6. vnità. Leuati adunque li 7. da 69. rimane 6. Così ancora se'l proposto numero sarà 37. si piglierà nella tauola il numero 35. il quale è superato dal 37. in due vnità. Leuati dunque li 7. dal 37. rimane 2. e così di tutti gl'altri.

7	0
14	0
21	0
28	0
35	0
42	0
49	0
56	0
63	0

Terza proua del raccorre per la regola del raccorre.

Terzo, sogliono gl'Aritmetici fare la proua della somma fatta così. Se la raccolta fatta de i numeri è stata cominciata dalle figure da basso, seguitãdo verso le superiori, essi la rifanno cominciando al contrario da quelle di sopra all'ingiù, e così all' incontro. E se nel secondo modo si troua esser raccolta la medesi-

ma

ma somma, chè nel primo, non è dubbio, che la somma stà ben fatta: perche pare, che sia quasi incredibile, che se nel primo modo fosse fatto qualche errore, il medesimo riuscisse anco nell'altro, essendo state raccolte in vn'altra maniera le figure de i numeri in quest'vltimo modo, che nel primo. Percioche se forse hauerò errato nell'aggiongere queste figure 5.2.9. dicendo 5.& 2. fanno 7. aggiongendoui 9. fanno 16. non così facilmente cascarò nel medesimo errore à raccorli al contrario, dicendo 9. e 2. fanno 11. aggiongo 5. & fò 16. perche viene in qualche modo à variarsi l'operatione.

Si può questa proua, che si fà sommando li numeri in altro modo, ancora fare così. Diuidinsi li numeri, che s'hanno da raccorre, in due, ò più ordini, e le somme di ciascheduno si raccolghino insieme. Perche se da questa somma farai vna somma, è necessario che questa somma sia eguale alla somma prima raccolta, se non si è fatto errore. Come se il primo essempio si partirà in questi due ordini, e le somme raccolte da quelli si ridurranno in vna somma, come qui è

Il fornire, che cosa sia.

710654	56789
8907	880
719561	57669

719561
57679
777230

stato fatto s'hauerà la medesima somma, che prima.

Quarto, & vltimo, si suol fare la proua della somma raccolta per la sottrattione in questo modo. Quando due numeri sono raccolti, sottraggasi qual vuoi d'essi dalla somma raccolta: ilche come si faccia, insegnaremo nel seguente capitolo. Perche se'l numero, che resterà di questa sottrattione, sarà eguale all'altro numero sommato, sarà segno, che non si è errato nella raccolta. Perche le 12. & 20.

Quarta proua del raccorre per la regola del sottrarre.

fanno 32. è necessario, che leuato 12. dal 32. resti 20. ouero leuato 20. dal 32. resti 12. Ma quando più numeri sono aggionti, sottragasi vno di quelli dalla somma, & tutti gli altri si raccolghino in vna somma: percioche se questa somma sarà eguale à quell'auanzo, la somma sarà fatta bene: ouero sottrato il primo numero sommato dalla somma, si sottragga dal resto il secondo, & da questo auanzo il terzo, & così di mano in mano; eccetto l'vltimo: peroche, se l'vltimo residuo sarà eguale all'vltimo de i numeri sommati, nõ è dubbio, che la raccolta è ben fatta: Et questa proua è certissima, se bene è vn poco più lũga dell'altre.

DEL MODO DI SOTTRARRE vn numero intiero d'vn'altro intiero. Cap. III.

Il sottrarre, che cosa sia.

IL sottrarre vn numero d'vn'altro, è tor via d'vn numero maggiore, vn'altro, numero minore, ouero d'vno vguale, vn'altro vguale.

E facilmente, qual de due numeri sia maggiore conoscerai dalle lor vltime figure. Peroche quel che hà l'vltima figura maggiore, sarà numero maggiore. Come in questi due numeri, quel di sopra è maggior di quel da basso, perche l'vltima figura 3. del superiore, è maggiore, che l'vltima figura 2. dell'inferiore.

3001234
2986789

Ma se l'vltima figura de due numeri saranno vguali, quello sarà maggiore, del quale la penultima figura sarà maggiore: & se ancora le penultime figure saranno vguali, quel numero sarà maggiore, nel quale prima si ritrouerà vna figura maggiore: Come in questi essempij, nelli quali sempre il numero superiore è maggiore dell'inferiore.

445078	700001000
444896	700000999

Il numero che s'hà da sottrarre, in che modo s'hà da collocare.

Il numero che s'hà da sottrarre, si deue collocare talmẽte sotto quello, dal quale si deue fare la sottrattione, che la prima figura risponda alla prima, & la seconda alla secõda, & la terza alla terza, &c. Di maniera tale, ch'l mancamento delle figure del nume-

ro,

ro, che si sottrae, se pure vi sarà, apparisca nella parte sinistra. Come se'l numero 40236. s'hauerà da sottrarre dal nu. 3271589. si douerrà porre in questo modo.

3271589
40236

3231353

Tirata dipoi vna linea sotto quelli due numeri, si sottrarranno tutte le figure dell'inferiore numero, da tutte le figure del superiore numero, cominciando però dalle prime figure, & quel che auanza, si potrà sotto la linea secondo quell'ordine, che è stata fatta la sottrattione. Et se nel numero superiore alcune figure non haueranno figure corrispondenti nel numero inferiore, talmente, che da quelle niente si possi sottrarre, quelle si doueranno riporre sotto la linea. Come per essempio. Se dal 9. si sottrae il 6. resta 3. che scriuo sotto la linea, & sottratto il 3. dal 8. riman 5. & leuato 2. da 5. riman 3. & sottratto o. da 1. riman 1. & vltimamente sottratto 4. da 7. riman 3. Et perche dalle figure 2. & 3. niente si leua, si doueranno quelle riporre col medesimo ordine sotto la linea.

La sottratione in che modo si faccia.

Ma quādo alcuna figura del numero inferiore sarà maggiore di quella del superiore rispondente, in modo tale, che la sottrattione da quella non si possa fare, si deue osseruare questa regola. Piglisi in presto vn'vnità dalla prossima figura superiore verso la sinistra, che significarà dieci, rispetto di quella figura, dalla quale non si può far la sottrattione: dipoi à questa vnità s'aggiōga la figura, dalla quale si doueua fare la sottrattione, & si farà vn numero, che si scriuerà con due figure, dal quale si sottrarrà quella figura del numero inferiore: ma all'hora quella figura, dalla quale è stata pigliata in presto l'vnità, valerà vn'vnità mā-co che prima. Et se quella figura superiore sarà o. pigliaremo in presto l'vnità da quella figura verso la parte sinistra più prossima al o. che significarà 100. vnità, rispetto di quella figura, dalla quale nō si poteua far la sottrattione, & all'hora in luogo della figura o.

Che cosa si hà da farsi quando la figura inferiore è maggiore della superiore.

s'hauerà da porre con la mente la figura 9. e quella figura, dalla quale è stata pigliata in presto l'vnità, valerà vn'vnità manco che prima. Così ancora se più o. procederanno quella figura, dalla quale dobbiamo pigliar in presto l'vnità, s'haueranno tutti quei o. da imaginarsi, come 9. e quella figura che hauerà dato in prestò l'vnità, d'vnità minore. Il che tutto sarà chiaro in questo essempio.

4500026304827
3929034567892

570991736935

Primamēte leuato, ouero sottratto il 2. dal 7. rimane 5. Doppo, perche il 9. non si può sottrarre dal 2. pigliaremo in presto vn'vnità dal 8. e così sottratto 9. dal 12. (il qual numero si fà dal 1. che habbiamo pigliato in presto, dal 2.) riman 3. Di nuouo, perche l'8. dal 7. (essendo che la figura superiore 8. per hauer dato in presto vn'vnità, non vale se non 7.) non si può cauare, pigliaremo in presto vn'vnità dal 4. e così cauato 8. dal 17. riman 9. Dipoi perche sette dal tre, (conciosia che la figura 4. per l'vnità, che ha imprestata, vale solamente 3.) non si può cauare, pigliaremo in presto vn' vnità dal 3. doppo il o. ma perche quest' vnità vale 100. rispetto della figura 3. dalla quale non si può fare la sottrattione, e noi hauemo bisogno solamente di 10. è necessario, che se dal 100. pigliaremo in presto 10. rimanga 90. Di quì nasce, che la figura, vaglia solamente due, e sopra il o. bisogna imaginarsi la figura noue, che significa nouanta, rispetto della figura, dalla quale non si poteua far la sottrattione: talche leuato 7. dal 13. riman 6. e cauato 6. dal 9. (hauendo noi detto, che sopra il o. ci si doueua imaginare 9. con la mente) riman 3. E perche 5. dal 2. non si può cauare, (perche la figura 3. vale solamente 2. come habbiamo detto) pigliaremo vn' vnità in presto dal 6. & sottrarremo il 5. dal 12. e rimarrà 7. Poi sottratto il 4. dal 5. (perche la figura 6.

val

val 5. per l'vnità, che ha impressata) riman 1. E perche il 3. di nuouo non si può leuare dal 2. pigliaremo vn'vnità in presto dal 5. ma conciosia che questa vnità rispetto della figura 2. dal quale non si poteua far la sottrattione, vale 1000. & noi solo hauemo bisogno di 10. e necessario, che se dal 1000. pigliaremo in presto 10. restino 9990. e di qui è, che si fà, che la figura 5. vaglia solamente 4. e sopra ogn' vno delli zeri, ci douiamo imaginare, che sia vna figura di 9. in questo modo 999. Perche questo 999. significano 9990. rispetto della figura 2. dalla quale la sottrattione non si poteua fare. Talche leuato 3. dal 12. riman 9. e sottratta la figura o. dal 9. (la qual figura dicemmo douersi imaginare esser posta sopra il o.) riman 9. e sottratto 9. da 9. (la quale figura 9. ancora ci l'hauemo imaginata sopra il o.) riman o. Così sottratto 2. dal 9. (perche sopra'l o. di nuouo ci douemo imaginare esser posta la figura 9.) riman 7. Ma perche il 9. non si può sottrarre dal 4. (perche la figura 5. vale 4. per l'vnità imprestata) pigliaremo in presto vn'vnità dal 4. e sottrarremo il 9. dal 14. rimane 5. Finalmente sottratto 3. da 3. (perche la figura 4. per l'vnità imprestata vale solamente 3.) rimane o. la quale figura o. perche è l'vltima in questo essempio, & niente perciò significa, si deue lasciar da parte, senza scriuerla altrimente.

Questa regola ch' habbiamo detto, è vsata da molti Aritmetici, ma noi molto più facilmente così l'insegnaremo. Quando la figura inferiore è maggior della superiore, piglissi la differenza che è tra essa, & il 10. & à questa differenza s' aggionga la figura superiore, dalla quale la sottrattione non si può fare, e tutta la somma si scriua sotto la linea, perche questa somma auanzarebbe, se quella figura maggiore si leuasse dal numero composto dal 10. e da quella figura superiore, dalla quale non si può fare la sottrattione, non altrimente, che se fusse pigliata l'vnità in presto: essendo, che quella figura maggiore si sottragga prima dal 10 per hauere la differenza tra'l 10. e quella figura maggiore, dipoi à questo auan-

Più facil regola di sottrarre, quando la figura inferiore è maggiore della superiore.

auanzo, ò differenza s'aggionga la figura superiore, Doppo questo acciò non siamo sforzati di leuare con l'imaginatione l'vnità della figura superiore, dalla quale è stata virtualmente l'vnità pigliata in presto, aggiongeremo alla figura inferiore, che prossimamente verso la parte sinistra segue, vna vnità, & questa somma dalla figura superiore (senza leuar prima da essa alcuna vnità) sottraremo. Perche sempre sarà la medesima differenza tra la figura inferiore, & superiore, ò che dalla superiore si leui l'vnità, & alla inferiore niente s'aggionga, ò che dalla superiore niẽte si leui, & all'inferiore s'aggionga l'vnità. Come in queste due figure 6. & 4. se dal 7. si leua l'vnità, sarà 2. la differenza tra il resto 6. & 4. & se dal 7. niente si leua, ma al 4. s'aggionga l'vnità, la medesima differẽza 2. sarà tra'l 7. & 5. Et in questo modo ogni volta, che si farà mentione della differenza tra'l 10. & la figura inferiore, la quale dal numero superiore non può esser sottratta, s'hauerà d'aggiongere l' vnità alla figura prossima del numero inferiore verso la parte sinistra. Ma questo si farà più chiaro nel medesimo essempio, che quì repetito habbiamo.

4500026304827
3929034567892
―――――――――
570991736935

Primamẽte, sottratto 2. dal 7. riman 5. Ma perche il 9. non si può sottrarre dal 2. sottrarremo 9. dal 10. & à quella vnità che resta (che è la differenza tra 10. & 9.) aggiongeremo 2. & haueremo 3. per l'auanzo, che si scriuerà sotto la linea. Fatto questo, subito alla figura inferiore 8. che segue, aggiongeremo vn'vnità (per amor di quella differenza tra 10. & 9.) & faremo 9. Il qual 9. perche di nuouo non si può sottrarre dal 8. sottrarremo 9. dal 10. & all'vnità che resta (che similmẽte è la differenza tra 10. & 9.) aggiongeremo 8. & haueremo 9. che porremo sotto la linea. Il che fatto, subito alla seguente figura 7. aggiongeremo 1. per causa di di quella differenza, che è tra 10. & 9. & faremo 8. Il quale, perche dal 4. non si può sottrarre, sottraremo 8. da 10. & à quel che auanza, che è 2. (cioè alla differenza, che è tra 10. & 8.) aggiongeremo 4. & haueremo 6. che si porrà sotto la linea. Dipoi subito alla figura inferiore 6. aggiongeremo 1. (per cagion di quella differenza che è tra 10. & 8.) faremo 7. Ilquale, perche non si può sottrare dal 0. lo sottrarremo dal 10. & al resto 3. (cioè alla differenza tra 10. & 7.) aggiongo 0. & fò pur 3. che metto sotto la linea. Di nuouo alla figura inferiore 5. aggiongo 1. (per amor di quella differenza, che tra 10. & 7.) & fò 6. Il quale perche non si può sottrarre dal 3. lo sottraggo dal 10. & al resto, che è 4. (cioè alla differenza, che è tra 10. & 6.) aggiongo 3. & fò 7. che scriuo sotto la linea. Fatto questo, subito alla figura inferiore 4. aggiongo 1. (per causa della detta differenza, che è tra 10. & 6.) & fò 5. ilquale sottratto dal 6. riman 1. Et perche in questa vltima sottrattione non è stata fatta mentione della differenza tra il 10. & 5. Conciosia che il 5. s'è potuto sottrarre dal 6. non aggiongo altrimente 1. alla figura inferiore 3. ma perche non si può sottrarre 3. dal 2. sottraggo dal 10. & al resto che è 7.

4500026304827
3929034567892
———
570991736935

ouero alla differenza tra 10. & 3. aggiongo 2. & fò 9. che s'ha da porre sotto la linea. Doppo questo, subito alla figura inferiore 0. aggiongo 1. (per amor della differenza detta tra 10. & 3.) & fò 1. Et perche 1. non si può sottrarre dal 0. leua 1. da 10. & al resto che è 9. (cioè alla differenza tra 10. & 1.) aggiongo 0. & fò pur 9. che pongo sotto la linea. Dipoi subito aggiongo di nuouo 1. alla figura 9. inferiore (per cagion di quella differenza, che è tra 10. & 1.) fò 10. Il quale, perche non si può sottrarre dal 0. lo cauo dal 10. & al resto che è 0. (ouero alla differenza, che è tra 10. & 10.)

10.) aggiongo o. e ne fò pur o. che è il reſto da porſi ſotto la linea. Di nuouo ſubito alla figura inferiore 2. aggiongo 1. (per conto di detta differenza tra 10. e 10.) e fò 3. Il quale perche non ſi può ſottrarre dal o. lo ſottraggo dal 10. & al reſto, che e 7. (cioè alla differenza, che è tra 10. & 3.) aggiongo o. e fò 7. che pongo ſotto la linea. In oltre di ciò ſubito aggiongo 1. alla figura 9. inferiore (per conto della differenza tra 10. e 3.) e fò 10. Il quale perche dal 5. non ſi può ſottrarre, lo cauo dal 10. & al reſto o (cioè alla differenza tra 10. e 10.) aggiongo 5. e fò pur 5. che reſta per ſcriuerlo ſotto la linea. Finalmente ſubito alla figura 3. inferiore aggiongo 1. (per amor di quella differenza tra 10. e 10.) e fò 4. il quale cauato da 4. riman o. la qual figura o. perche è ſuperflua nel principio del numero dalla parte ſiniſtra, laſciamo; concioſia, che mettendocela à nulla ſeruirebbe.

per 7. *Altro eſſempio.* per 9.

5 X 5   4000134|1   3 X 3
            678231|0
            3932311|5

In queſto eſſempio perche leuate tutte le figure inferiori dalle ſuperiori riſpondēti, s'haueria d'aggiongere l'vnità alla figura ſeguente inferiore, la quale non v'è, riporremo l'vnità con l'imaginatione nel ſeguente luogo, la quale perche non ſi può ſottrarre dal o. lo ſottrarremo dal 10. e reſterà 9. che ſcriueremo ſotto la linea: e di nuouo con la mente ſi deue mettere 1. nel ſeguente luogo, e dal 4. cauarlo, per hauer l'auanzo 3. da porre ſotto la linea.

Ma ſe vn numero da più numeri, ouero più numeri da più numeri, ò da vn numero s'hauerà da ſottrarre, auanti che ſi faccia la ſottrattione, s'hanno prima da raccorre inſieme in vna ſomma quelli più numeri, dalli quali s'hauerà da fare la ſottrattione, & ancora quelli numeri, li quali ſi deuono ſottrarre.

La

La proua della sottrattione, è di quattro sorti: la prima si fa con leuare il 9. Perche se dal superior numero, del quale è stata fatta la sottrattione, si leuarà il 9. quante volte si può, in quel modo, che noi habbiamo detto, che si doueua fare nel sommare de i numeri, e quel che auanza, collocaremo in vna parte della croce, è necessario, se non s'è fallato nella sottrattione, che resti il medesimo numero se si butterà via il 9. quante volte si può dal numero sottratto, & insieme da quel che è restato. Così tu vedi nel sopradetto prossimo essempio da man destra il residuo sempre esser 3. ò che tu leui il 9. quante volte si può dal numero 400034. dal qual'è stata fatta la sottrattione, ò che lo leui dalli numeri 67823. 3932311. insieme de' quali quello è stato sottratto, e questo auanzato della sottrattione. *Prima proua del sottrarre per la regola del 9.*

La seconda proua si fa co'l gittar via il 7. Perche se dal numero, del quale è stata fatta la sottrattione; si leuarà 7. quante volte si può, in quel modo, che noi habbiamo detto nel sommare de i numeri, che si doueua buttar via il 7. e quel che auanza, si porrà in vna parte della croce, è necessario, se la sottrattione sarà fatta bene, che auanzi il medesimo numero, se si buttarà via il 7. quante volte si può, dal numero sottratto, ponendo il resto dalla banda destra di quello, e dal numero, che auanza della sottrattione, ponendo ancora il resto dalla parte destra di quello; e finalmente questi due resti posti dalla parte destra, si raccorranno insieme in vna somma, e da quella somma si leuarà il 7. quante volte si può, se si potrà cauare. Così nel medesimo essempio di sopra, leuato il 7. quante volte si può, dal numero 400034. rimane 5. & leuati ancora li 7. dal 67823. riman 0. & leuati li 7. dal 393231 1. riman 5. ilche aggionto al 0. farà ancor 5. si come si vede nella croce posta dalla parte sinistra del detto essempio. *Seconda proua del sottrarre per la regola del 7.*

Ma l'vna, e l'altra di queste proue è fallace, s'alcuno per inganno, ò malitia trasporrà li numeri, ouero rimetterà altri numeri, si come habbiamo detto nel sommare de' numeri.

La

La terza proua si fà per il sommare. Perche se tu aggiongi al numero sottratto il numero che auanza, di necessità si viene à rifare il numero, dal quale è stata fatta la sottratione, come in questo essempio vedi.

Terza proua della sottrattione pee la regola del raccorre.

Il numero, dal quale si fà la sottrattione.	60123
Il numero sottratto.	45678
Il numero che auanza.	14445
La somma raccolta dal numero sottratto, & dall'auanzato.	60123

La quarta proua si fà per la sottrattione. Imperoche fatta la sottrattione, se tù leuarai dal medesimo numero, dal quale è stata fatta la sottrattione, l'auanzo, necessariamẽte restarà il numero sottratto. Come nel prossimo essempio, se il numero 14445. che auanzò, cauarai dal numero 60123. l'auanzo sarà il numero sottratto 45678. come quì si vede manifestamente.

Quarta proua della sottrattione per la regola del raccorre.

60123
14445

45678

Queste due vltime proue sono certissime, & non possono fallare mai, ne ammettere fallacia, ò fraude alcuna.

DEL MOLTIPLICARE DE numeri intieri. Cap. IV.

MOltiplicare vn numero per vn'altro, è vn'ammassare, & pigliare vno di quelli tante volte quante vnità l'altro cõtiene, Come il moltiplicare 6. per 5. ouero 5. per 6. è vn'ammassare, ò ammontonare insieme il 6. cinque volte, ouero il 5. sei volte, che nell'vno, & nell'altro modo trouaremo sẽprẽ 30. nel detto ammassamẽto; Et questo si chiama moltiplicare. Talche il numero prodotto dalla moltiplicatione d'vn numero in vn'altro, cõterrà tante volte qualunque

que de' numeri moltiplicati, quante volte l'altro contiene l'vnità. Come nel detto essempio è manifesto, Onde è, che la moltiplicatione si può anco descriuere così. La moltiplicatione d'vn numero per vn'altra, è vn ritrouamento d'vn numero, il quale tante volte l'vno d'essi contenga, quante volte l'altro contiene l'vnità.

Accioche ogni moltiplicatione si faccia più speditamente è necessario sapere, qual numero si produca dalla moltiplicatione di qual si voglia figura numerale in qual si voglia altra figura; come dal 7. nel 8. ouero dal 8. nel 7. Così ancora dal 7. nel 9. ò dal 9. nel 7. &c. Perche se saprai ben far questo, non sentirai alcuna fatica, ouero difficultà nella moltiplicatione. Il che s'impara tuttauia più col continuo essercitio, che con alcuna regola. Tra tanto però grandemente ti seruirà la seguente tauola, che suol esser chiamata Pitagorica, forse per questa causa, perche Pitagora ne fosse inuentore, ouero perche habbia in essa marauigliosamente essercitato li suoi scolari.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Il modo di fabricare questa tauola di Pitagora.

La compositione di questa tauola è facilissima, perche la prima linea cominciano dall'vnità, & seguitando per la cõtinua aggiontione dall'vnità, se ne và fino al 9. Come dire. Dal 1. & 1. si fà 2. dal 2. & 1. si fà 3. dal 3. & 1. si fà 4. &c. La seconda linea comincia dal 2. & seguita per la continua aggiontione del 2. Come

dire,

dire. Dal 2.& 2.si fà 4.dal 4. e 2. si fà 6.dal 6.e 2.si fà 8. &c. e così anco la terza linea piglia il suo principio dal 3. e per la continua aggiontione del 3. procede, e così tutte l'altre linee sono composte nel medesimo modo, perche ciascuna camina per il continuo accrescimento di quel numero, dal qual comincia.

L'vso della tauola Pitagor.

L'vso di questa tauola in quanto à quello, ch'appartiene alla moltiplicatione, (ancorche habbia infiniti altri vsi) è questo. Proposte due figure da moltiplicarsi tra di loro, se l'vna se ne pigliarà nella superiore linea, e l'altra nel lato sinistro, e in quella linea si caminerà all'ingiù, & in questo lato verso la man destra, trouerassi nel commune concorso d'esse figure il numero prodotto dalla moltiplicatione d'esse. Così vedi dalla moltiplicatione del 7. in 8.o. del 8. in 7. essere prodotto 56. E dal 8. in 8. esser prodotto 64. e così degl'altri.

Regola di moltiplicare vna figura in vn'altra.

Ma se questa sorte di tauola non sarà così alle mani, si potrà vsare questa regola. Scriuasi vna figura sotto l'altra, e la distanza, ouero differenza dell'vna, e l'altra dal 10. si ponga dalla banda destra. Dipoi queste distanze si moltiplichino tra di loro. Peroche il numero prodotto, se si scriue con vna figura, darà la prima figura della somma, che s'ha da produrre dalla moltiplicatione delle figure: ma se si scriue con due figure, si douerà serbare la figura delle dicine, e porre la prima per la prima figura della somma, che s'ha da produrre. La seconda figura di questa medesima somma s'hauerà, se si caua la distanza di qual si voglia delle due figure dall'altra figura, & à quello che auanza, si aggiunga la figura delle dicine riserbata, se alcuna ve ne sia riserbata. Ouero se le figure proposte s'aggiongeranno tra di loro, aggiongendo prima la figura delle dicine riserbata, (se vi sarà) la prima figura di questa somma, buttando via la seconda figura delle dicine, come superflua, ci darà la seconda figura della somma, che s'hà da produrre. Con gl'essempij la cosa si chiarirà meglio.

Nel

9. 1.	8. 2.	7. 3.
8. 2.	8. 2.	6. 4.
7 2	6 4	4 2

Nel primo eſſempio le figure che s'hanno dal moltiplicare,ſono 9.& 8. e le diſtanze loro dal 10. ſono 1. & 2. le quali tra loro moltiplicate, (la qual moltiplicatione ſarà faciliſſima, concioſia che le diſtanze dal 10.ſiano minori delle figure,che s'hanno da moltiplicare. Percioche di queſte ſi deue intendere la preſente regola) dicendo vna volta 2. ouer due volte 1. fà 2. la qual figura ſcriuo ſotto le diſtanze per la prima figura della ſomma,che s'hà da produrre; Poi leuata la diſtanza 2. dal 9. ouero la diſtanza 1. dal 8. riman 7.la qual figura ſcriuo ſotto le figure per la ſeconda figura della ſomma, che s'hà da produrre. La qual ſeconda figura ci ſarà ancora data dalla prima figura della ſomma delle figure 9.& 8.ch'è 17. buttata via la ſeconda figura 1.come al tutto inutile à queſto negotio. Talche la moltiplicatione di queſte figure 9.& 8.ſarà 72.

Nel ſecondo eſſempio,le figure propoſte ſono 8. & 8.le diſtanze di quelle dal 10.ſono 2.e 2.Queſte ſe tra di loro ſaranno moltiplicate,dicendo 2.via 2.haueremo 4. per la prima figura della ſomma, che s'hà da produrre. Poi leuata la diſtanza, qual vuoi dal 8.riman 6. per la ſeconda figura. La quale ci ſarà ancor data dalla figura prima della sõma di 8. & 8. ch'è 16. laſciata la ſeconda figura 1.come ſuperflua. Adũque le figure 8.& 8. moltiplicate tra di loro faranno 64.

Finalmente le figure date nel terzo eſſempio,ſono 7.e 6.le diſtanze delle quali dal 10.ſono 3. e 4. Queſte tra di loro moltiplicate,dicendo 3. via 4. ouero 4. via 3. fanno 12. Adunque la prima figura della ſomma, che s'hà da produrre, ſarà 2. e la figura ſeconda 1. del prodotto 12. ſi deue ſerbare: Dipoi leuata la diſtanza 4. dal 7. ouero la diſtanza 3. dal 6. riman 3.

C che

che se aggiongeremo la figura 1. riseruata, faremo 4. per la seconda figura della somma, che s'hà da produrre, la quale ancora ci sarà data dalla prima figura della somma di 7. e 6. aggiontaui prima l'vnità riseruata, ch'è 14. lasciata in tutto la seconda figura 1. Si produrrà adunque 42. dalla moltiplicatione del 7. per 6. ouero del 6. per 7. La medesima ragione, e regola è in tutte l'altre figure, pur che la somma delle due figure proposte sia maggiore di 10. altrimente le distanze di quelle dal 10. sarebbono maggiori d'esse figure, e perciò più facilmente si moltiplicarebbono le figure, che le distanze. Ma meglio farai, se con l'vso, & essercitio impararai à mente questa sorte di moltiplicatione di figure tra di loro, che voler andare ogni volta ricorrere alla tauola Pitagorica, ò à questa regola.

In che modo si hanno da porre li numeri che si deuono moltiplicare.

Hora proposti due numeri da douersi moltiplicare tra di loro, s'hauerà da scriuer il minore sotto il maggiore, in modo però tale, che la prima figura risponda alla prima, e la seconda alla seconda, &c. sicome habbiamo detto nel raccorre, e sottrarre de' numeri. La qual cosa non è però necessaria al tutto, potendosi ancora scriuer il maggiore sotto il minore, pur che si serui l'ordine detto delle figure. Come douẽdosi moltiplicare il numero 4300678. per il num. 600394. si doueranno collocare detti numeri in vno di questi due modi, benche il primo sia più in vso.

4300678	ouero	600394
600394		4300678

Ma insegniamo prima, in qual modo vn numero si moltiplichi per vna sola figura, perche così più facilmente s'intenderà, in che modo vn numero per vn altro numero si deue moltiplicare.

Quando dũque alcun numero haurà da esser moltiplicato per vna figura sola, si suole sempre questa figura moltiplicante, scriuere sotto la prima figura del numero, che si moltiplica. Per essempio, se s'hauerà à moltiplicare il numero 600394. per 8. così starà tà l'eſſempio. E la moltiplicatione ſi farà, e ſe la figura 8. ſi moltiplicarà per tutte le figure del numero 600394. cominciando dalla parte deſtra, e venendo verſo la ſiniſtra, e ſcriuendo ogni numero prodotto ſotto la linea, la quale ſe tirerà ſotto li numeri, che ſi moltiplicano, in tal modo però, che s'alcun numero prodotto ſi ſcriuerà con due figure, la prima di quelle ſi ponga, e la ſeconda ſerbi per aggiongerla al ſeguente numero prodotto: cioè, in queſto modo.

In che modo vn numero ſi moltiplichi per vna figura.

```
 600394
      8
 ———————
4803152
```

```
   5
4  X  8
   5
```

Prima moltiplico 8. per 4. dicendo via 4. ouero 8. volte 4. fà 32. pongo 2. ſotto il 4. e riſerbo 3. Dipoi dico 8. via 9. fà 72. & aggionto il 3. ſerbato, fà 75. pongo 5. ſotto il 9. e ſerbo 7. Dipoi 8. via 3. fà 24. aggionto 7. ch'era riſerbato, fà 31. pongo 1 ſotto 3. e ſerbo 3. Doppo 8. via o. fà o. & aggionto il 3. riſerbato, fa 3. qual pongo ſotto il o. e niente riſerbo. Di nuouo dico 8. via o. fa o. al quale, perche niente m'auanzò, e niente ſi deue aggiongere, pongo dunque o. ſotto 'l o. & niente mi riſerbo. Vltimamente 8 via 6. fa 48. al quale, perche niente m'auanzò, niente aggiongo, pongo dunque tutto queſto numero ſotto la linea, perche la moltiplicatione è finita, poiche non vi reſta altra figura da eſſer moltiplicata per 8. Talche, ſe moltiplicaremo tutto il numero 600394. per 8. ne faremo queſto numero 4803152. & in queſto modo moltiplicarai ogni numero per qual ſi voglia figura.

In che modo ſi moltiplicarà vn num. per vn' altro num. ſcritto con più figure.

Ma ſe ſi hauerà da moltiplicare vn numero per vn altro numero, tiriſi ſotto eſſi diſpoſti, & ordinati, come habbiamo detto, vna linea rotta. Dipoi ciaſcuna figura del numero inferiore ſi moltiplichi per tutte le figure del numero ſuperiore, come poco fà abbiamo inſegnato, oſſeruando ſolamente queſto con diligenza, che il numero prodotto da qualunque figura del numero inferiore, moltiplicata per la prima figura del numero ſuperiore, ſia poſto ſotto quella figura del numero inferiore, per la quale il numero ſuperiore ſi moltiplica, e gli altri numeri prodotti dalla moltiplicatione della medeſima figura del numero inferiore, per l'altre figure del numero ſuperiore, ſi mettano di mano in mano ſecondo il ſuo ordine, verſo la parte ſiniſtra.

Così tù vedi eſſer ſtato fatto in queſto eſſempio, nel quale quattro ordini di numeri ſono ſtati conſtituiti dalli numeri prodotti.

per 9.		per 7.
4 / 1 X 4 / 4	4300678 600394 ——— 17202712 38706102 12902034 25804068... ——— 2582101267132	2 / 4 X 4 / 2

Percioche tutto il numero prodotto dalla moltiplicatione del 4. in tutte le figure del numero ſuperiore, hà la prima ſua figura ſotto 4. così ancora il numero prodotto dalla moltiplicatione del 9. In tutte le figure det numero ſuperiore, hà la prima ſua figura ſotto 9. Per la medeſima ragione la prima figura del numero prodotto dalla moltiplicatione del 3. in tutte le figure del numero ſuperiore, e poſto ſotto 3. Vltimamente la prima figura del numero prodotto dalla moltiplicatione del 6. in tutte le figure del num. ſuperiore, e poſto ſotto il 6. e tutte l'altre figure procedano con il ſuo ordine verſo la parte ſiniſtra.

E perche la figura o. così moltiplicando, come ancora moltiplicata, ſempre produce o. perciò habbiamo nel numero inferiore laſciati li due zeri, ſenza moltiplicarli nel numero ſuperiore, perche ſempre

haue-

hauerebbono prodotto o. Il medeſimo ſi farà ogni volta, che nel numero inferiore ſaranno alcuni zeri; perche quelli ſempre laſciaremo, & andaremo à pigliare la proſſima figura ſeguente ſignificatiua. Ma non però ſono da laſciare li zeri del numero ſuperiore, ſe vi ſaranno; perche ſe bene moltiplicati per le figure ſignificatiue del numero inferiore producano o. nondimeno auuiene ſpeſſo, che à quel o. prodotto s'habbia d'aggionger qualche coſa, cioè, quello, che nella precedente moltiplicatione ſarà ſtato riſerbato, e quello ſi deue riporre ſotto la linea, in luogo del numero prodotto. Anzi, ancorche non ſia riſerbato niente, ſi douerà porre nondimeno la figura o. ſotto la linea, in luogo del numero prodotto. Le quali coſe tutte nelli eſſempij ſuperiori ſono ſtate oſſeruate. Perche nel primo, quando habbiamo moltiplicato 8. per o. producemmo o. Ma perche nella precedente moltiplicatione era ſtato riſerbato 3. habbiamo poſto 3. in luogo del o. prodotto. Dipoi, quando moltiplicammo di nuouo 8. per o. producemmo ancora o. E perche niente era ſtato riſerbato, ponemo o. in luogo del prodotto. Et il medeſimo è ſtato fatto nell'altro eſſempio.

Doppo queſto, di ſotto à tutti li numeri prodotti ſi tiri vn'altra linea, per metter ſotto di quella tutta la ſomma raccolta di tutti quei numeri prodotti. La qual sōma ſi deue raccorre, ſecondo che s'è detto nel capitolo del modo di ſommare i numeri: pur che la prima figura di qualſiuoglia numero prodotto s'intē-da tener, & occupare quel luogo, ch'occupa la figura del primo prodotto, ſotto la qual ella è poſta, cioè, che la figura 2. la qual è la prima del ſecondo num. prodotto nel proſſimo eſempio, s'intenda eſſer poſta ſotto il ſecondo luogo del primo numero prodotto, e la figura 4. ch'è la prima nel terzo num. prodotto, s'intenda eſſer poſta ſotto il terzo luogo del primo num. prodotto. Vltimamente la figura 8. qual'è la prima ancora nel quarto num. prodotto s'intenda occupare, & eſſer poſta nel ſeſto luogo ſotto il primo nu. prodotto. Imperoche tù vedi in detti luoghi tutte queſte figure eſſer poſte . Ma acciò la coſa ſi faccia chiara con l'eſſempio, la ſomma ſi raccorrà in queſto modo: Nelli numeri prodotti ſolamente la figura 2. occupa il primo luogo , quella ſola dunque ſi porrà ſotto la linea. Dipoi nel ſecondo luogo vi è 1. & 2. che fanno 3. da porſi nel ſecondo luogo. Dipoi nel terzo luogo vi è 7. & 4. che fanno 11. s'hauerà dunque da porre 1. ſotto la linea nel terzo luogo, e ſerbare 1. per aggiongerlo alle figure nel quarto luogo &c. Di queſta maniera la sõma raccolta ſarà 2582101267132. e queſto numero ſi produce dalla moltiplicatione del 4300678. nel 600394.

Ma acciò tu veda , il medeſimo numero produrſi ancora, ſe il maggior numero fuſſe moſſo ſotto il minore, habbiamo poſto queſt'altro ſeguente eſſempio , nel quale li medeſimi due numeri 4300678. e 600394. ſi moltiplicano tra di loro; ma il maggiore è poſto ſotto il minore , e ſi ſono fatti cinque ordini di numeri prodotti , quante à ponto ſono le figure ſignificatiue nel numero inferiore: e nientedimeno il medeſimo numero, che prima, s'è prodotto.

per 9. per 7.

per 9.				per 7.
		600394		
		4300678		
4		4803152		2
4 X 1		4202758		4 X 4
4		3602364		2
		1801182		
		2401576		
		2582101267132		

Queſto modo di moltiplicare , che fin quì habbiamo eſpoſto, è il più vſato appreſſo tutti ; ma pur altri modi di moltiplicare , e non men belli , moſtraremo nella noſtra Aritmetica maggiore.

La

La proua della moltiplicatione è di tre sorti. La prima si fa per il leuare del 9. in questo modo.

Prima, si buttino via li 9. dal numero moltiplicato, quante volte si può, sicome habbiamo detto nel capitolo del sommare, e quello che auanza, si ponga nella parte sinistra della croce. Doppo leuati via li 9. nel medesimo modo, dal numero moltiplicante, si ponga quel che auanza, nella parte destra della croce. Terzo, moltiplicando questi due residui tra di loro, leuansi dal prodotto li 9. e quel che auanza, si ponga nella parte di sopra della croce. Vltimamente poi leuinsi ancora dalla somma di tutti li numeri prodotti li 9. e quel che auanza, si scriua nella parte inferiore. Perche è necessario, non essendosi fallato nella moltiplicatione, che quest'vltimo residuo sia vguale à quello, che è posto nella parte superiore della croce. Li essempij sono posti nelle moltiplicationi di sopra. Perche nel primo essempio, leuati li 9. dal 600394. il resto è 4. & il resto di 8. è 8. perche da 8. non si può leuare 9. Moltiplicati dunque questi residui 4. & 8. trà di loro fanno 32. dal qual numero se leuarai li 9. restarà 5. Ancora il medesimo restarà, se si leuaranno li 9. dal prodotto 4803152. Nel secondo essempio, il resto del primo numero è 1. e del secondo è 4. moltiplicati dunque questi residui 1. e 4. tra di loro faranno 4. che si porrà nella parte di sopra della croce, perche il 9. non si può leuare da 4. e così leuati li 9. dalla somma, rimane ancora 4. *Prima proua della moltiplicatione per la regola del 9.*

L'altra proua si fà co'l leuare li 7. cioè, se nel modo, che habbiamo detto nel capitolo del sommare, si buttino via li 7. dalli numeri medesimi, dalli quali nella proua passata hauemo detto, che si douessero leuare li 9. L'essempio tu l'hai nelle precedenti due vltime moltiplicationi. Ma queste due proue sono anco quì fallaci per le ragioni dette di sopra. Onde per essere più certo, non hauere fatto errore, potrai fare tutte due le proue, come nel capitolo del sommare detto habbiamo. *Seconda proua della moltiplicatione per la regola del 7.*

La terza proua è certissima, e si fà per la diuisione; perche se tutta la sōma prodotta si diuiderà per vno

Terza proua della moltiplicatione per la regola del partire.

de' due numeri moltiplicati, neceſſariamente riuſcirà l'altro numero nel numero, che dalla diuiſione ſi produce. E queſta diuiſione ſarà faciliſſima, eſſendo che non ſarà biſogno cercar le figure, che ſi hanno da porre nel numero, che ſi produce dalla diuiſione, concioſia che tutte quelle per ordine ſi contengono nell'altro numero moltiplicato. Ma queſta proua meglio s'intenderà, quando ſarà dichiarato, come ſi faccia la Diuiſione.

Altri due eſſempij con la proua del 9.

4068	0	3069	0
23	0 X 5	45	0 X 0
12204	0	15345	0
8136		12276	
93564		138105	

Nel primo eſſempio di queſti due, il primo reſiduo, che auanza è o. Onde benche il ſecondo auanzo ſia 5. nientedimeno la moltiplicatione delli auanzi fà o. Ma nel ſecondo eſſempio l'vno, e l'altro auanzo de i numeri moltiplicati è o. Onde la moltiplicatione di quelli ſarà ancora o. e così nell' vno, come nell'altro eſſempio, il reſto del numero prodotto neceſſariamente ſarà ancora o.

Facilità del moltiplicare quāti numeri nel principio hāno delli zeri.

Se per auuentura l'vno, e l'altro numero da moltiplicarſi, ouero vno d'eſſi, haurà nel principio alcuni zeri, la moltiplicatione ſarà molto facile. Perche laſciati tutti quei zeri, ſi douerà moltiplicare il reſto de i numeri tra di loro, & al numero prodotto agiungere verſo la man deſtra, per ordine tutti quelli zeri laſciati. Come dire, ſe ſi douerà moltiplicare 3407. per 4000. Laſciati li zeri 000. ſi moltiplicarà il dato numero per 4. & al fine del numero prodotto 13628. ſi metteranno li medeſimi zeri laſciati, in queſto modo 13628000. Così ancora ſe ſi doueranno moltiplicare 3040000. per 203000. Laſciati

li 7.

li 7. zeri, li quali sono posti dalla parte destra d'essi numeri, si multiplicaranno numeri 304. 203. che restano tra di loro, & al numero prodotto 61712. s'aggiongeranno al fine quei 7. zeri lasciati, in questo modo 617120000000.

Di quì è, che hauendosi da moltiplicare qualche numero per 19. ò per 10. ò per 1000. &c. si douerà sempre aggiongere à quel numero nella parte destra tanti zeri, quanti sono contenuti nel numero, che moltiplica, senz'alcuna alrra moltiplicatione. Perche leuati via li zeri, rimane solamente l'vnità; la quale moltiplicando il numero dato, produce sempre il medesimo numero. Come 5067. moltiplicato per 10. fà 5 0 6 7 0. e moltiplichato per 100000. fà 506700000. Così ancora 3000. moltiplicato per 100. fà 300000. &c.

DEL PARTIRE DE I NVMERI INTIERI. Cap. V.

IL diuidere ò partire, è vn distribuire ò segare qual si voglia numero proposto in più parti vguali, denominate d'vn altro numero dato. Come dire, partire il numero 36. per 9. è distribuirlo in 9 parti vguali denominate da 9. cioè in 9. parti 9. ciascuna delle quali cõtiene quattro vnità. Di maniera, che il 4. sia il numer. da questa diuisione prodotto, il quale si suol chiamare Quotiente perche mostra, quante volte il numer. 9. il qual si chiama Diuidente, ouero partitore, si contiene nel numero 36. che s'hà da partire; poiche mostra esser contenuto quattro volte, cioè, tante volte, quante vnità sono contenute nel numero Quotiente, ch'à 4. Donde nasce, che il partire, ò diuidere si può ancora descriuere così. Il partire, ò diuidere non è altro, che trouare vn numero, che contenga tante vnità, quante volte il numero, che si partisce, contiene il partitore si come nel proposto essempio è manifesto.

Che cosa sia partire.

Quotiente che cosa sia.

Nella Diuisione si scriue il partitore sotto il numero, che s'ha da partire, non già mettendo la prima figura sotto la prima, la seconda sotto la seconda, &c. si co-

In che modo nella diuisione i num. s'hanno da porre.

ſi come nel ſommare, ſottrarre, e moltiplicare è ſtato fatto, ma con ordine contrario. Perche quì s'ha da porre l'vltima figura del partitore ſotto l'vltima figura del numero, che ſi diuide, e la penultima ſotto la penultima, &c. Come ſe ſi ha da partire il numero 7806. per 47. s'haueranno da collocare li numeri nel modo, che quì vedi nel propoſto eſſempio.

7806
47

Ma ſe l'vltima figura del partitore ſarà maggiore dell'vltima figura del numero, che s'ha da partire, ſi porrà l'vltima figura del partitore ſotto la penultima figura del numero, che ſi partiſce, e la penultima ſotto l'antepenultima, &c. ſi come in queſto eſſempio è manifeſto.

37800
47

Et il medeſimo ſi farà, quãdo l'vltima figura del partitore ſarà vguàle alla figura del numer. che ſi diuide; ma la penultima ſarà maggiore, della penultima, ouero quãdo così l'vltima all'vltima, come la penultima alla penultima ſarà vguale: ma l'antepenultima del partitore ſarà maggiore, chel 'antepenultima del numero che ſi diuide; ouero finalmente ogni volta, che'l partitore ſarà maggiore di quel numero, che eſprimono tante figure vltime del numero, che ſi partiſce, con quante ſi ſcriue eſſo partitore. Le quali coſe tutte ſono manifeſte in queſti tre eſſempij.

46800	476047	4792
47	4762	47

In che modo ſi facci la diuiſione.

Ma in queſto modo ſi farà la Diuiſione. Cerchiſi prima quante volte ſi contẽga il partitore nel numero ſcritto ſopra di ſe, & il numero, che moſtra quante volte ſi cõtiene, ſi ſcriua dalla parte deſtra del numero, che s'ha da partire, doppo queſta linea corua (e queſto numero) ilquale ſi ſcriue ſempre con vna figura, non potendoſi mai pigliare maggior numero, che 9. nel Quotiente, ancor che paia alle volte il partitore entrarui nel numero poſto ſopra di ſe più che 9. volte, (ſi come nelli eſſempij ſarà manifeſto) ſi moltiplichi per il partitore, & il numero prodotto, (il quale non

Nel quotiente non ſi può porre maggior anche 9.

s'ha da ſcriuere da parte, ma tenerlo à mente(ſi ſottragga dal numero ſopra di ſe ſcritto, in quel modo, che inſegnato hauemo nella regola della ſottrattione, ſcriuendo ciaſcuno auanzo de i numeri ſopra le figure, dalle quali è ſtata fatta la ſottrattione, ſcancellate però prima queſte figure, inſieme co'l partorire. E fatto queſto, tutto il numero, che reſta, ſcritto ſopra il partitore, deue eſſer minore che'l detto partitore, altrimente ſarebbe fatto errore nel partire. Ilche ancora ne gl'altri auanzi ſi deue oſſeruare.

Il numero che rimane ſempre deue eſſer minore nel partitore.

Dipoi s'hauerà da traſportare, ò promouere il partitore verſo la parte deſtra nel luogo più vicino; e di nuouo cercare, quante volte ſi contenga nel numero, che gli viene eſſer poſto di ſopra, e fare tutte l'altre coſe, come prima.

Ma ſe in alcuna promotione, ò traſportamento del partitore, il partitore foſſe maggiore del numero à ſe ſopraſcritto, talche ne anco vna volta in quello ſi cōteneſſe, ſi ſcriuerà vn zero nel Quotiente doppo quel numero, che habbiamo detto, douerſi ſcriuere doppo la linea corua, e ſcancellare il partitore; e di nuouo traſportarlo al luogo più vicino, e cercare, come prima, quante volte nel numero ſopra di ſe ſcritto ſia contenuto, &c. E così ſempre s'hauerà da portare innanzi al partitore, fin che non rimanga luogo alcuno nel numero, che ſi diuide, ſotto il quale il partire ſi poſſa promouere. Ma queſte coſe con l'eſſempij ſi faranno più facili, e più piane.

Si habbia primamente à partire il numero 76048 per vna figura ſola, come dire per 8. prima trouo il partitore 8. eſſere contenuto nel numero 76. ſopra di ſe poſto noue volte. Quel numero però ſi dice eſſer ſcritto ſopra il partitore, che viene eſpreſſo dalla figura poſta ſopra la prima figura del partitore, e da tutte l'altre verſo la parte ſiniſtra, ſe alcuna ve n'è. Come nell'eſſempio propoſto. Il numero ſopra il partitore poſto è 76. E dalla tauola Pitagorica, che è poſta di ſopra, facilmente conoſcerai, quante volte ſi contenga la figura del parritore nel numero ſopra di ſe poſto. Imperoche ſe pigliarai la figura del partito-

In che modo vn numero ſi partiſca per vna figur. ſola.

Qual nu. ſia quello che ſi dice eſſer ſcritto ſopra'l partitore.

re nel capo nella tauola, e per la linea riſpondente à quella al dritto in giù diſcendendo, pigliarai il numero poſto ſopra la detta figura del partitore, ouero, ſe quello non ci ſi troua il numero minore di quello, che gli è più vicino, la figura, che reſponde à quello nel ſiniſtro lato della tauola moſtrerà, quante volte la figura del partitore ſi contenta nel numero ſopra di ſe poſto. Come nel propoſto eſſempio. Sotto la figura 8. nella tauola Pitagorica, non ſi ritroua il numero 76. ſopra il partitore 8. poſto: Se adunque ſi pigliarà il numero 72. minore, & al 76. proſſimo, ſi ritrouerà nel ſiniſtro lato della medeſima tauola la figura 9. Adũque noue volte la figura 8. ſi contiene nel 76. e così di tutti gl'altri. Pongo dunque 9. doppo la linea corua, & moltiplico 9. per 8. dicendo 9. via 8. fà 72. che ſi deuono ſottrarre dal numero 76. poſto ſopra il partitore in queſto modo.

In che modo ſi conoſca dalla tauola Pitagorica. Quante volte la figura del partitore ſi contenga nel nu. ſopra poſto.

4
~~76~~048 (9
8

Leuato 2. dal 6. riman 4. Scancellata dunque la figura 8. del partitore, e la figura 6. del numero, che ſi diuide, pongo 4. ſopra il 6. e ſottratto 7. dal 7. riman nulla. Scancellata dunque la figura 7. nulla pongo ſopra la figura 7. Perche vi ſi douerebbe porre il zero, che ſarebbe ſuperfluo, non lo ſeguendo niſſun'altra figura verſo la ſiniſtra. E così s'è finita vn'operatione della diuiſione, e rimane queſto numero 4048. ſi come nell'eſſempio propoſto appare.

Doppo promoſſo il partitore nel luogo precedente ſotto il 0. come quì vedi nel ſecondo eſſempio, trouo, che 'l partitore 8. è contenuto cinque volte nel numero 40. ſopra di ſe ſcritto.

~~4~~
~~76~~048 (9
88

Pongo dunque 5. doppo la figura 9. già ſopra ritrouato, ſi come nel ſeguente terzo eſſempio ſi vede, e dico 5. via 8. (cioè moltiplicando la figura 5. ritrouata per il partitore) fà 40. che ſot-

~~4~~ 0
~~7604~~8 (95
~~88~~

tratto

tratto dal numero 40. poſto ſopra il partitore, non laſcia niente. Scancellata dunque la figura 8. del partitore, e le figure 0. e 4. del numero, che ſi diuide, ſarà finita la ſeconda operatione della diuiſione, e rimarrà queſto numero 48. Come in queſto medeſimo terzo eſſempio ſi vede.

4
~~1~~~~0~~~~2~~48 (99
888

Di nuouo promoſſo il partitore nel luogo precedente ſotto la figura 4. come tu vedi nel quarto eſſempio, ritrouo, che ne anco vna volta ſi contiene il partitore 8. nel ſopraſcritto numero 4. Pongo dunque 6. doppo la figura 5. vltimamente ritrouata, come s'è fatto in queſt'altro quinto eſſempio. E perche la figura 0. moltiplicata per il partitore 8. nulla produce, nulla ſi ſottrarrà dal num. 4. poſto ſopra il partitore. Scancellato dunque il partitore, ſarà finita la terza operatione della diuiſione, e reſterà il numero 48. ſi come è manifeſto in queſt'iſteſſo quinto eſſempio.

4
~~1~~~~0~~~~0~~48 (950
888

Finalmẽte promoſſo il partitore nel luogo precedente ſotto la figura 8. ſi come quì nel ſeſto eſſempio ſi vede, ritrouo il partitore 8. nel numero 48. ſopraſcritto contenerſi ſei volte. Pongo dunque 6. doppo la figura 0. ritrouata vltimamente, ſi come s'è fatto quì in queſto ſettimo eſſempio, & dico 6. via 8. (cioè, moltiplicando la figura 6. ritrouata per il partitore) fa 48. qual numero ſottratto dal numero 48. ſopra il partitore poſto, nulla vi laſcia. Scancellata dunque la figura 8. del partitore, e le figure 8. e 4. del numero, che ſi partiſce ſarà finita tutta l'operatione della diuiſione, non reſtãdo altro luogo nel numero, che ſi partiſce, nel quale poſſi eſſere promoſſo il partitore; e nella diuiſione non auanzarà

4
~~1~~~~0~~~~0~~48 (950
8888

4
~~1~~~~0~~~~0~~~~4~~~~8~~ (9506
8888

rà cosa alcuna. Di sorte, che tutto il numero Quotiente è 9506.

Hò posto tanti essempi in questa diuisione, accioche più distintamente apparisca quel che rimane in ciascuna operatione, e quel che si scancella: se bene l'vltimo solo basti per tutti. Di maniera, che nell'operare non è necessario scriuere gl'altri essempi, ma basta, che l'vltimo si metta.

Il Quotiẽte quante fig. habbia in qualunque diuisione.

Di modo, che come vedi, il Quotiente ha tante figure, quante volte il partitore è posto sotto il numero, che si diuide. Il che auuiene ancora in tutte l'altre diuisioni, ancorche siano fatte per più figure. Perche sempre il Quotiente hauerà tante figure, quante volte tutto il partitore si pone sotto il numero, che si diuide.

In che modo vn nu. si partisca per più figure.

Qual numero si dica esser posto sopra qual si voglia figura del partitore.

Si habbia da poi da partire il numero 1832487. per il partitore 469. il quale non con vna sola: ma con più figure si scriue. Quì per sapere, quante volte il partitore sia contenuto nel numero sopra di se scritto, (in questo essempio il numero posto sopra il partitore è 1832.) non si hà da cercare questo di tutto il partitore: ma basta, che si cerchi, quante volte l'vltima sua figura: che in questo essempio è 4. sia contenuto nel numero sopra di se posto. (E qui ancora dico quel numero esser posto sopra l'vltima figura del partitore, ouero, sopra qual si voglia altra, che s'esprime dalla figura scritta sopra quella, e da tutte l'altre verso la parte sinistra, se ve ne sono, si come nel dato essempio, sopra la figura 4. vi è posto il numero 18. e sopra il 9. il numero 1832) ilquale è quì 18. auertendo però, che non sempre si deue porre nel Quotiente quella figura di tante vnità quante volte l'vltima figura del partitore si contiene nel numero soprapoſto à quella; ma diligentemente si deue hauer cura di porui tal figura, che moltiplicata per tutto il partitore con quell'ordine, che hor hora diremo, produ-

```
  42
 808
1832487      ( 3
 469
```

ce vn tal numero, che si possa sottrarre dal numero sopraposto al partitore, e sottratto lasci vn numero (se pur ne lascierà qualcheduno) minore del partitore. Sì che, (per venire all'essempio proposto) ancorche l'vltima figura del partitore, che è 4. si contenga nel sopraposto numero 18. quattro volte, nundimeno perche la figura 4. moltiplica per tutto il partitore, produce vn numero maggiore, che 1832. il qual'è posto sopra tutto il partitore, di sorte, che dal numero sopraposto non si possa quel numero prodotto sottrarre, non pongo altrimente 4. nel Quotiente, ma 3. E se questa figura 3. moltiplica in tutto il partitore, producesse ancor maggior numero, che 1832. porrei 2. in luogo del 3. E se la figura 2. moltiplicata per il partitore, producesse ancor maggior numero, porrei 1. E così sempre scemarò la figura del Quotiente d'vna vnità, fin che ritroui vna figura, che moltiplicata per il partitore produchi vn numero, che si possa cauare dal soprascritto numero.

In che modo si debba moltiplicare la figura del Quotiente ritrouata per il partitore.

Ma la figura del Quotiente trouata, così deue moltiplicare in tutto il partitore. Primieramente si deue moltiplicarla per l'vltima figura del partitore, e leuare questo prodotto dal numero posto sopra quella vltima figura, scancellando però prima quella figura del partitore, insieme co'l numero, dal quale s'è fatta la sottrattione. Dipoi s'hà da moltiplicare nella figura penultima del partitore, & il numero prodotto leuare dal numero posto sopra la penultima figura del partitore, come prima. Et in questo modo s'hà da moltiplicare in tutte le figure del partitore, &c. Come nel nostro essempio 3. via 4. fa 12. il qual numero così si sottrarrà dal numero 18 sopraposto. Leuando 2. dal 8. riman 6. Scancellata dunque la figura 4. del partitore, e la figura 8. del numero, che si partisce, ripongo 6. sopra 8. Leuato di più 1. da 1. riman nulla. Dunque scancello 1. Dipoi 3. via 6. fà 18. che dal numero 63 sopraposto si sottrarrà in questa maniera. La distanza del 8. dal 10. (perche 8. da 3. non si può cauare) e a 2. aggiongo 3. e fò 5. che pongo sopra il 3. scancellata prima la figura 6. del partitore, insieme

con

con la figura 3.del numero, che ſi partiſce. Ma ſubito aggiongo 1.(per amor della diſtanza dal 10.dalla quale s'è fatta mentione)all'1.(cioè alla dicina del numero 18. che ſi ſottrae) e fò 2. che cauato dal 6. riman 4. il qual ripongo ſopra il 6. ſcancellata prima la detta figura 6. Vltimamente 3.via 9.fa 27. il qual numero in queſto modo s'hà da leuare dal ſopraſcritto num. 452. La diſtanza del 7.dal 10. (perche il 7. dal 2. non ſi può ſottrarre) è a 3. aggiongo 2. e fò 5. che pongo ſopra il 2. ſcancellata prima la figura 9. del partitore, e la figura 2. del numero, che ſi diuide. Ma ſubito aggiongo 1. al 2. (cioè alle dicine del numero 27.che ſi ſottrae) per conto della detta diſtanza dal 10. e fò 3. che ſottratto dal 5. (cioè dalla ſeconda figura del numero 452.dal quale ſi fà la ſottrattione)riman 2.Pongo dunque 2. ſopra 5. ſcancellata prima la detta figura 5.E così s'hauerebbe da ſeguitare di man in mano, ſe ſi trouaſſero più figure nel partitore. Sarà dunque in queſto modo finita vna operatione della diuiſione, e rimarrà queſto numero 425487. come vedi nel ſopraposto eſſempio.

Portato dipoi il partitore più auanti nel precedente luogo, di maniera, che ciaſcuna figura del partitore muti vn luogo ſolo, come quì vedi, m'accorgo, l'vltima figura del partitore, cioè il 4. contenerſi noue volte nel numero 42. ſopraposto. Onde pongo 9. doppò la figura 3. ritrouata nella prima operatione, ſi come nell'eſſempio ſeguente ſi vede, e dico 9. via 4. fà 36. il qual numero così cauo dal numero 42. ſoprapoſto. La diſtanza del 6. dal 10. (perche 6. dal 2.non ſi può leuare) e 4. aggiongo 2. e fò 6. che pongo ſopra il 2. ſcancellata prima la figura 4. nel partitore, inſieme con la figura 2. nel numero, che ſi partiſce. Et aggiongo 1. al 3.) cioè alle dicine del numero 36.che ſottrarremo) (per amor della detta diſtanza dal 10.) e fò 4. che leuato dal 4.

```
   42
  ̶6̶8̶5
 ̶2̶8̶3̶2487    (3
   ̶4̶0̶0̶9
    46
```

nulla

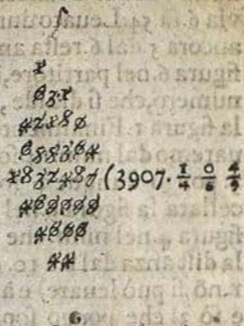
nulla auanza. Scancello dunque 4. e di nuouo dico 9. via 6. fà 54. Leuato dunque 4. dal 5. riman 1. e leuato ancora 5. dal 6. reſta ancora 1. Perilche ſcancellata la figura 6. nel partitore, inſieme con le figure 5. e 6. nel numero, che ſi diuide, pongo ſopra ogn'vna di quelle la figura 1. Finalmente 9. via 9. fà 81. il quale così cauaremo dal num. 14. ſopraposto. Leuato 1. dal 4. rimã 3. pongo dunque 3. ſopra il 4. ſcancellata la figura 9. nel partitore, e la figura 4. nel num. che ſi diuide: Ma la diſt anza dal 8. à 10. (perche 8. dal 1. nõ ſi può leuare) e à 2. aggiongo 1. e fò 3. che pongo ſopra la figura 1. ſcancellata prima detta figura 1. E per amor della detta diſtãza del 10. leuo 1. dal 1. e niente m'auãza. Scancello dunque 1. e così ſarà finita la ſecõda operatione della diuiſione: e il num. che rimane ſarà 3387. ſicome nell'eſſempio è chiaro.

2
63
422
6883
2832487 (390
469889
4666
44

Di nuouo portato auãti il partitore nel proſſimo luogo, ſicome nell'eſsẽpio proſſimo ſi vede, ſiche la figura 9. ſia poſta ſotto 8. ma 6. ſotto 3. e 4. ſotto 3. veggo l'vltima figura del partitore, qual è 4. nè anco vna volta ſi contiene nel nu. ſopraposto. Onde pongo 0. doppo la figura 9. già ritrouata, e ſcancello il partitore. Imperò così ſarà finita la terza operatione, e rimarrà il medeſimo nu. 3387. che reſtò nell'operatione paſſata. Vltimamente portato auanti il partitore nel primo luogo, ſicome nel medeſimo eſsẽpio proſſimo è manifeſto, ritrouo l'vltima figura 4. del partitore contenerſi nel num. ſopraſcritto 33. ſolamente ſette volte, perche ſe ſi pigliaſſe otto volte, non ſi potrebbe dal num. ſopraposto fare la ſottrattione di tutti li numeri, che dal 8. in tutto il partitore ſi producono.

2
632
42280
688364
2832811 (3907 $\frac{1}{4}$ $\frac{0}{6}$ $\frac{4}{9}$
469999
4666
44

Onde pongo nel Quotiente la figura 7. doppo l'altre figure ritrouate, come in queſto eſſempio ſi vede, e dico 7. via 4. fà 28, che dal num. 33. in questo modo si caua. La distãza dal 8. al 10. (perche 8. dal 3. non si può cauare) è à 2. aggiongo 3. e fò 5. Scancellata dunque la figura 4. nel partitore, e la figura 3. nel numero, che si diuide, pongo 5. sopra il 3. e per conto della detta distanza dal 10 aggiongo 1. à 2. cioè, alle dicine del numero 28 che si caua, e fò 3. che leuato dal 3. nulla auanza. Onde scancellata la figura 3. di nuouo dico 7. via 6. fà 42. che dal numero sopraposto 58. così cauaremo. Sottratto il 2. dal 8. riman 6. Scancellata dunque la figura 6. nel partitore, e la figura 8. nel numero, che si partisce, pongo 6. sopra 8. E leuato 4. dal 5. riman 1. Scancellata dunque la figura 5. pongo 1. sopra essa figura 5. e finalmente dico 7. via 9. fà 63. che dal numero 167. sopraposto in questo modo si caua. Leuato 3. dal 7. auanza 4. Scancellata dunque la figura 9. nel partitore, e la figura 7. nel numero, che si diuide, pongo 4. sopra 7. Dipoi cauato 6. dal 6. riman 0. Scancellata dunque la figura 6. pongo 0. sopra quello. E così è finita tutta la diuisione, e rimane questo numero 104. che si douerà collocare doppo il Quotiente 3907. sopra il partitore 469. e tirare vna linea tra di loro, acciò si faccia vn numero rotto, cioè, parti 104. di 469. parti, nelle quali s'intende qualche cosa intiera esser stata diuisa. Nel medesimo modo nell' altre diuisioni si pone quello, che resta, sopra il partitore, tirata vna linea tra di loro, acciò si faccia vn numero rotto.



Che cosa si habbia da fare del num. che resta dalla diuisione.

Che sia da farsi quando si propone vn num. minore da partire per vn maggiore.

Anzi ogni volta, che vn numero minore si propone da douersi partire per vn maggiore, dourà porre il num. che si partisce sopra il partitore, tirata la detta linea tra di loro, acciò si faccia vn numero rotto. Come si douesse partire 48. scudi in 60. soldati, si farà questo numero rotto, che quì vedi esser posto: $\frac{48}{60}$ Che se ogn'vno pigliarà 48. parti delle 60. nelle quali

quali s'intende vno ſcudo eſſer partito. Ma che coſa ſia numero rotto, & in che modo ſi troui il ſuo valore, tanto nelle monete, quanto nelli peſi, ouero miſure, ſecondo che il numero che ſi diuide, ſignifica moneta, ouero peſo, ò miſura, diremo quando trattaremo de i numeri rotti.

Sono alcuni, che in altro modo moltiplicano la figura del Quotiente, ritrouata in tutto il partitore. Imperoche prima moltiplicano quella per la prima figura del partitore, & il prodotto cauano dal numero ſopraposto à quella figura. Doppo la medeſima moltiplicano per la ſeconda figura del partitore, e così di mano in mano per l'altre, fino à tanto, che arriuino all'vltima, e li numeri prodotti leuino dalli numeri ſopraposti. Come s'hà da partire il numero 3387. per 469. (ſicome nell'vltima operatione dell'eſſempio paſſato è ſtato fatto) doppò che hanno ritrouato l'vltima figura del partitore, cioè 4. contenerſi 7. volte nel ſopraposto numero 33. (perche otto volte non vi può entrare, ſicome hauemo detto poco fà) poſto che hanno nel Quotiente la figura 7. non dicono 7. via 4. fà 28. come facemmo noi, ma 7. via 9. fà 63. il qual numero così ſottraggono dal ſopra poſto num. 3387. Leuato il 3. dal 7. riman 4. Scancellata dunque la figura 9. nel partitore, e la figura 7. nel numero, che ſi diuide, pongono 4. ſopra il 7. Di più leuato 6. dal 8. riman 2. che pongono ſopra l'8. prima ſcancellato. Dipoi di nuouo dicono 7. via 6. fà 42. che così cauano dal ſopraposto numero 332. Leuando 2. dal 2. riman nulla. Scancellata dunque la figura 6. nel partitore, inſieme con la figura 2. nel numero, che ſi partiſce, pongono il 0. ſopra il 2. E perche 4. cioè, l'altra figura del num. prodotto 42. non ſi può cauare dal 3. pigliano la diſtanza di 4. à 10. cioè 6. alla quale aggiongo 3. e fanno 9. che ſcriuono ſopra il 3. prima ſcancellato. Ma per amor della diſtanza detta dal 10. cauo 1. dall'vltima figura 3. e pongo 2. ſopra 3. ſcancellata prima la

In che modo alcuni moltiplichino la figura del Quotiente ritrouata nel partitore.

10	
2024	
3387	(7
469	

figura 3. Finalmente dicono 7. via 4. fà 28. Leuato dunque 8. dal 9. riman 1. che scriuono sopra 9. scancellata prima la figura 4. nel partitore, insieme con la figura 9. nel numero, che si diuide. Di più leuato 2. dal 2. riman nulla. E così sarà finita l'operatione.

In questo modo spesso auuiene, che non scriuono tante figure sopra il numero, che si diuide, quante se ne pongono in quel primo modo, quando la figura del Quotiente si moltiplica per l'vltima figura del partitore, e poi per la penultima &c. come di sopra hauemo dichiarato. Ilche con li essempij esperimentarai. Ma quel primo modo appresso gl'Aritmetici, e mercanti è più in vso, & anco più facilmente in quello si può correggere l'errore, se per sorte si fosse posta vna figura del Quotiente troppo grande, come adesso insegnaremo.

In che cõsista la difficultà del partitore.

Inteso bene questo essempio, che habbiamo dichiarato, nissuna difficultà s'hauerà nel partire, qualunque numero per vn'altro di quante figure si voglia. Perche tutta la fatica pare, che stia in conoscere, quante volte l'vltima figura del partitore nel numero soprascritto si debba pigliare, acciòche questa figura del Quotiente, moltiplicata in tutte le figure del partitore, faccia vn numero, che dal numero soprascritto si possa sottrarre, e che quel numero, che auanza doppo questa sottrattione, sia minore del partitore.

Quando per il Quotiente è pigliata vna figura troppo piccola, ò grande, che cosa si debba fare.

Che se alcuna volta auuerrà, (ilche spesso suole accadere à quelli, che non sono molto essercitati in questo mestiere) che si ponga nel Quotiente vna figura tale, che moltiplicarà in tutte le figure del partitore, e leuato il prodotto dal numero posto sopra il partitore, quel numero, che auanza, sia maggiore del partitore, ouero, che tutti li numeri prodotti non si possino sottrarre; se questo accaderà nel principio della Diuisione, facilmente si correggerà l'errore, se si pigliarà nel Quotiente vna figura maggiore, ò minore, secondo sarà bisogno.

Perche all'hora si conoscono ancora bene le figure del numero, che si diuide, poste sopra il partitore, an-

ancorche siano scancellate, siche facilmente da queste di nuouo si possono sottrare li numeri prodotti dalla moltiplicatione della noua figura del Quotiente, nelle figure del partitore, massime se le figure scancellate di quel numero, che si diuide, si scriueranno di nuouo ordinatamente sopra l'altre figure scancellate, & il partitore ordinatamente sarà riposto sotto il partitore scancellato, acciò le figure scancellate non ci diano impaccio. Ma se questo auuerrà nel mezzo dell'operatione, ouero verso il fine, l'errore non si potrà così facilmente emendare, conciosia, che à pena si distinguono all'hora le figure del numero, che si diuide, poste in quell'operatione sopra il partitore, dall'altre figure, essendo già scancellate, e mescolate con l'altre, e poste sopra il numero, che si diuide. Onde accioche all'hora non siamo forzati à rifare tutta la diuisione, (ilche tutti dicono esser necessario) che sarebbe cosa fastidiosissima, e massime, se si fossero finite di fare molte operationi della Diuisione, habbiamo ritrouato questo rimedio, ilquale, credo, non poco gio uamento recarà à coloro, che in questo essercitio non sono molto pratici.

Se la figura pigliata nel Quotiẽte sarà troppo piccola, cioè, se il numero rimasto doppo la sottrattione de i numeri, che dalla moltiplicatione di quella figura, in tutte le figure del partitore si producono, sarà maggiore del partitore, sottrarremo il partitore dal numero rimasto tante volte, quante potremo, fin à tanto, che resti vn numero minore del partitore, e quante volte il partitore sarà sottratto, tante vnità aggiongeremo alla figura del Quotiente. Ma se la figura pigliata nel Quotiente sarà troppo grande, di modo, che doppo la sottrattione di alquanti numeri, che dalla moltiplicatione di quella figura, in alquã te figure del partitore si produchino, inciampiano in alcun numero prodotto, che più non possiamo sottrarre, moltiplicaremo quella figura del Quotiente nelle figure scancellate del partitore, cioè, li prodotti delle quali già sono stati sottratti, e scriueremo li numeri prodotti per ordine, ſopra quelle figure del partitore, aggiontoli prima le figure del numero che auanzò, ſcancellondole però. Perche in queſto modo ſi reſtituirà il numero, che prima era poſto ſopra il partitore auanti quella operatione.

Per la qual coſa di nuouo lo partiremo per il partitore, (rinouandolo prima però, quanto alle figure ſcancellate, acciò non faccino confuſione) pigliando vn'altra figura nel Quotiente, che ſia d'vn'vnità minore di quella, che s'era pigliata prima. E ſe queſta figura ancora ſarà troppo grande, reſtituiremo nel medeſimo modo il numero poſto ſopra il partitore, e pigliaremo vn' altra figura minore. E queſto faremo tante volte, fin che trouaremo vna figura, che moltiplicata in tutte le figure del partitore, produchi tali numeri, che ſi poſſino ſottrarre, e che laſcino vn reſiduo minore del partitore. Ma tutte queſte coſe ſe faranno più chiare con queſto eſſempio.

Eſſempio del corregere, quando la figura del Quotiẽte è ſtata pigliata troppo pcicola.

Habbiaſi da partire il numero 1623159. per 2899. Poſto il partitore ſotto il numero, che ſi diuide, imaginiamoci, che qualch'vno poco pratico haueſſe pigliato nel Quotiente la figura 4. Onde ſe diremo 2. via 4. fà 8. che cauato (nel modo, che habbiamo inſegnato nell'eſſempio paſſato) dal 16. rimane 8. Doppo 4. via 8. fà 32. che leuato da 82. riman 50. Di nuouo 4. via 9. fà 36. che cauato del 503. reſta 467. Finalmente 4. via 9. fà 36. che leuato da 4674. riman 4635. ilqual numero è maggiore del partitore. Adunque è troppo piccola la figura 4. Onde caſſato queſto auanzo 4635. inſieme con la figura 4. pigliata: porremo queſte figure 1623. che nel numero, che ſi diuide, ſcancellate ſono, ſopra l'altre figure ſcancellate, e rinouato il partitore ſcancellato, lo metteremo ſotto il partitore, come ſi vede eſſer ſtato fatto in queſto eſſempio. E così ſarà reſtituito tutto il numero, che ſi diuide 1623149. inſieme co'l partitore, come ſe ancora non foſſe ſtata cominciata

~~4~~
~~5~~~~0~~3
8~~0~~~~7~~5
~~1~~~~6~~~~2~~~~3~~~~1~~49 (4
~~2~~8~~9~~~~9~~

ciata

ciata la diuisione. Porremo dunque la figura 5. d'vn' vnità maggiore, che 'l 4. nel Quotiente, sicome tù vedi in quest'altro essempio, e diremo 5. via 2. fà 10. che leuato dal 16. riman 6. Scancellata dunque la figura 2. nel partitore, e la figura 1. nel numero, che si diuide, che significa 10. rispetto della figura 6. diremo di nuouo 5. via 8. fà 40. che cauato dal 62. resta 22.

6
423
5831
18018
1623149
2899
2899

Di più 5. via 9. fà 45. che leuato dal 223. riman 178. Finalmente 5. via 9. fà 45. che cauato dal 1781. resta 1736. il qual numero è minore del partitore. Adunque bene è stata presa la figura 5.

1
2
673
628
4236
5634
18015
1623149
2899
2899

Ma acciò tù habbi ancor vn' essempio, quando la figura sarà pigliata troppo grande, presupponiamo, nel Quotiente del medesimo essempio esser stata posta la figura 6. Questa moltiplicata per 2. fà 12. che cauato dal 16. riman 4.

Essempio del correggere, quando la figura del Quotiente è stata pigliata troppo grande.

4
1623149 (6
2899

Dipoi perche 6. via 8. fà 48. che dal 42. non si può cauare, seguita, che la figura 6. pigliata è troppo grande. Perilche scancellato questo resto 4. insieme con la figura 6. pigliata, riporremo le figure 1. & 6. del numero, che si diuide, scancellate sopra le medesime figure, e la figura 2. scancellata nel partitore sotto quella; affin che si restituisca tutto il numero, che da principio è proposto per partirlo insieme co'l partitore, come se la Diuisione

6
14
1623149 (0
2899
2

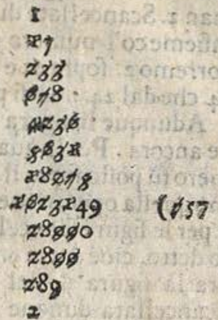
non fosse ancora comindciata, come si vede esser stato fatto nel proposto essempio. Porremo dunque nel Quotiente, come in quest'altro essempio è manifesto, la figura 5. d'vna vnità minore del 6. diremo 5. via 2. fà 10. che sottratto dal 16. riman 6. Scancellata dunque la figura 2. nel partitore, e la figura 1. nel numero, che si diuide, che significa 10. rispetto della figura 6. di nuouo diremo 5. via 8. fà 40. che cauato dal 62. resta 22. e 5. via 9. fà 45. che cauato dal 223. riman 178. Finalmente 5. via 9. fà 45. che cauato da 1781. riman 1736. Si hà potuto adunque sottrarre tutti li numeri prodotti, & è rimasto vn numero minore del partitore. Per il che bene è stata pigliata nel Quotiente la figura 5. Da quel che s'è detto, facilmente puoi intender, che s'habbia à fare, quando nel principio della Diuisione viene ad esser pigliata vna figura troppo piccola, ò troppo grande. Adesso stà attento in che modo l'errore si corregga, quando è pigliata nel mezzo della Diuisione vna figura nel Quotiente troppo grande, ò troppo piccola.

```
    4
   1
   2
   63
 14186
1623149   (65
  2899
   2
```

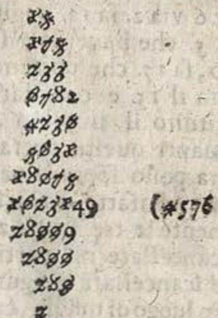
PROMOVASI adunque il partitore nell'essempio superiore, doue nel principio della Diuisione fù pigliata la figura 4. troppo piccola: come si vede nella terza rinouatione del medesimo essempio. E imaginiamoci l' vltima figura del partitore 2. nel soprapposto numero 17. contenersi sette volte, e perciò nel Quotiente douersi doppo la figura 5. ritrouata scriuere 7. Ilche presupposto, diremo 2. via 7. fà 14. che cauato dal 17. riman 3. che scriuono sopra il

```
   4
   23
  618
  4236
  8631
 28018
1623149   (457
 28999
  2899
  289
```

il 7. Scancellata prima la figura 2. nel partitore insieme con le figure 7. & 1. nel numero, che si diuide. Doppo di nuouo diremo 7. via 8. fa 56. che dal 33. non si può cauare. Adunque la figura 7. pigliata è troppo grande. Acciò dunque si restituisca il numero 17. dal qual'è stata fatta le sottrattione, se già tra tante figure scancellate tù non lo riconoscessi, s'hà da moltiplicare la figura 7. pigliata per la figura 2. scancellata nel partitore, & al prodotto aggiongere la figura 3. posta sopra la detta figura 2. del partitore. Come dire, perche 7. via 2. fa 14. se gli s'aggionge 3. fà 17. scancellata dunque la figura 3. scriueremo sopra



di quella il numero 7. e sopra la figura 1. scancellata, porremo 1. e di nuouo. E così sarà restituito il numero 17. dal quale è stata fatta la sottrattione, come si vede nel proposto essempio. Posta dipoi la figura 2. sotto la figura 2. scancellata nel partitore, acciò si restituisca il partitore ancora, come in questo essempio medesimo è manifesto, imaginiamoci l'vltima figura 2. del partitore esser contenuta nel 17. non sette volte, ma sei volte: e per questo scancellata la figura 7. da douersi porre nel Quotiente la figura 6. come in questo altro essempio anco si vede.



Il che presupposto, diremo 6. via 2. fa 12. che sottratto dal 17. riman 5. Scancellata dunque la figura 2. nel

par-

partitore, insieme con le figure 7. e 1. nel numero, che si diuide, scriueremo 5. sopra 5. e diremo 6. via 8. fa 48. che cauato dal 53. riman 5. Scancellata dunque la figura 8. nel partitore, insieme con le figure 3. & 5. nel numero, che si diuide, scriueremo 5. sopra 3. e di nuouo diremo 6. via 9. fa 54. che sottratto dal 56. riman 2. Scancellata dunque la figura 9. nel partitore, insieme co'l numero 56. nel numero, che se diuide, porremo 2. sopra 6. e finalmente diremo 6. via 9. fa 54. che dal 24. non si può cauare.

Adunque la figura 6. nel Quotiente è troppo grande ancora. Per la qual cosa, acciò sappiamo, che numero fù posto sopra il partitore, auanti che cominciamo questa operatione, moltiplicaremo la detta figura 6. per le figure scancellate del partitore, si come è stato detto, cioè 6. via 9. fa 54. aggiongo 2. che è posto sopra la figura 6. del partitore scancellata, e fò 56. Scancellata dunque la figura 2. scriueremo 6. sopra quella, e riserbaremo 5. Doppo 6. via 8. fa 48. aggiontoli 5. che hauemo riserbato, fa 53. Scriueremo dunque 3. sopra il 5. e riserbaremo 5. Vltimamente 6 via 2. fa 12. aggiontoli 5. che hauemo riserbato, fa 17. che porremo sopra il 15. e così sarà restituito il numero, che auanti questa operatione era posto sopra il partitore. Rifatte dipoi similmente le tre figure 2. 8. 9. scancellate nel partitore, e scancellata la figura 6. nel Quotiente, poniamo 5. in luogo di quella, come si vede in quest'altro essempio. E perche 5. via 2. fà 10. che cauato dal 17. riman 7. scancellaremo la figura 2. nel partitore, insieme con la figura 1. nel numero, che significa 10. rispetto della figura 7. e diremo 5. via 8. fa 40. che

17
253
215
2336
6782
4236
5632
28085
2622249
628009
2809
280
289
2 che sottratto dal 73. riman 33. Scancellata dunque la figura 8. del partitore, insieme con la figura 7. nel numero, che partiamo, scriueremo 3. sopra quella, e di nuouo diremo 5. via 9. fa 45. che cauato dal 336. rimane 291. Scancellata dunque la figura 9. del partitore, insieme co'l numero 336. nel numero, che diuidiamo, porremo in luogo di quello 291. & vltimante diremo 5. via 9. fa 45. che sottratto dal 2914. riman 2869. il qual numero è minor del partitore. Adunque ben è stata pigliata la figura 5.

1 0 2
38
210
2886
2872
2336
6782
4236
8632
286780
2623249 (45765
280009
28009
280
280
228

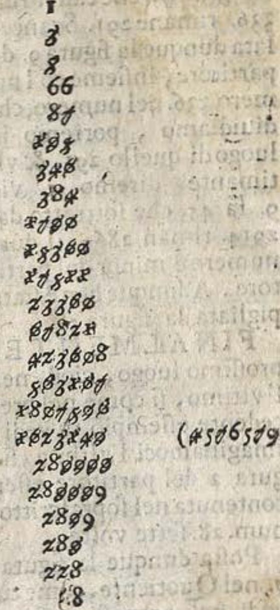
FINALMENTE trasportato il partitore nel prossimo luogo, cioè, nell' vltimo, si come nel precedente essempio tu vedi, imaginamoci l'vltima figura 2. del partitore esser contenuta nel soprascritto num. 28. sette volte.

Posta dunque la figura 7. nel Quotiente, come tù vedi nel proposto essempio, diremo 7. via 2. fa 14. che cauato dal 28. riman 14. e 7. via 8. fa 56. sottratto dal 146. riman 90. e 7. fa 63. che sottratto dal 909. riman 846. e 7. via 9. fa 63. che cauato dal 8469. riman 8406. il qual numero è maggiore dèl partitore. Laonde la figura 7. pigliata è troppo piccola. Per

8
20
24
384
2100
2836
2782
2336
6782
42360
86326
2807896
2623240 (457657
280000
28008
280
280
228

il

il che ſottrarremo il partitore dal detto reſto, quante volte potremo, & ſcriueremo nel Quotiente vna figura di tante vnità maggiore del 7. quante volte il partitore ſarà ſottratto. Così però ſottrarremo il partitore in queſto ſeguente eſſempio, ſe prima il partitore ſarà reſtituito. Cauato 2. dal 8. riman 6. cauato 8. dal 64. riman 56. e cauato 9. dal 560. riman 551. Vltimamente cauato 9. dal 5516. riman 5507. ilqual numero è maggiore ancora del partitore. Di nuouo dunque cauato 2. dal 5. riman 3. e cauato 8. dal 35. riman 27. e cauato 9. dal 270. riman 261. Vltimamente cauato 9. dal 2617. riman 2608. il qual numero già è minor del partitore. Adunque perche due volte è ſtato ſottratto il partitore, ſcriueremo nel Quotiente,



ſcancellata prima la figura 7. il numero 9. cioè maggior di 2. vnità, che 7. Sì che tutto il numero Quotiente è 559. Siamo ſtati coſtretti dichiarare tutta queſta coſa con tanti eſſempij, acciò s'intendeſſe più chiaramente quello, che rimane in ciaſcuna operatione, ancorche queſt'vltimo ſolo ſia baſtante per tutti. E benche habbiamo dichiarato queſto rimedio con tante parole, l'vſo nondimeno inſegnarà facilmente la coſa eſſer più breue, e più facile di quello, che con parole ſi può eſprimere.

ADVN-

ADVNQVE se ci seruiremo di questo rimedio ogni volta, che nel Quotiente sarà stata pigliata vna figura maggiore, ò minore di quella, che si deue, e incredibile, quanto facilmente qualunque numero si partirà per qual si voglia altro numero. Perche con questo rimedio non è necessario, che siamo tanto solleciti, qual figura in qual si voglia operatione, nel Quotiente scriuere dobbiamo: poiche facilmente, e quasi senza alcuna fatica l'errore, se alcuno ne sarà stato fatto, potremo correggere con questo rimedio. Sì che questo modo di partire, che fin quì insegnato habbiamo, è tra tutti gl'altri, che sogliono esplicarsi da altri Autori, il più eccellente, il più migliore, e più ispedito; e perciò, chi desidera esser'eccellente nell'arte di contare, deue porre gran cura, e diligenza d'essercitarsi in quello.

In che modo gl' altri faccino la diuisione.

PEROCHE se bene alcuni moltiplicano la figura posta nel Quotiente per tutto il partitore, e il numero prodotto scriuono sotto il partitore, ponendo la prima figura sotto la prima, e la seconda sotto la seconda, &c. per cauarlo dal numero posto sopra il partitore, la qual cosa senza dubbio è certa, e facile: nientedimeno fa la diuisione più lunga del douero, e non poco ritarda colui, che partisce. Peroche à partire, verbi gratia, questo numero 40689. per 1298. doppo che nella prima operatione hanno posto nel Quotiente la figura 3. moltiplicano quella per il partitore, prima però per l'8. dicendo 3. via 8. fa 24. Per il che scriuano 4. sotto l'8. e saluano 2. Doppo 3. via 9. fà 27. aggionto li 2. ch' era saluato, fà 29. Posto adunque 9. sotto il 9. serbato 2. &c Doppo questo, scancellato il partitore, leuano 4. dal 8. e pongono il resto 4. sopra l'8. scancellate prima le figure 4. e 8. &c. Portato poi auanti il partitore, vanno seguitando nel medesimo modo. Il che noi più breuemente fatto hauemo, non scriuendo il numero prodotto sotto il partitore. Hà nientedimeno questo modo, questa commodità, che dall'istessa operatione facilmente s'intende, se la figura pigliata nel Quotiente è troppo grande, ò nò. Percioche se il numero prodotto

La commodità del partire in questo modo.

dalla moltiplicatione di quella figura il partitore si potrà sottrarre dal num. posto sopra il partitore, e ne lascierà vn numero minore del partitore, quella figura sarà stata pigliata bene, se non, senza dubio s'hauerà errato.

45
3741
40880
32088 (31
3804
320

Che altri ancora moltiplicano prima il partitore per tutte le figure significatiue, scriuendo ciascun num. prodotto appresso la figura moltiplicante, affin che trà quelli numeri prodotti cerchino il numero posto sopra il partitore, e quello ritrouato, ouero se non si ritroua, pigliato il minore più propinquo, ponghino la figura multiplicante scritta appresso quel numero nel Quotiente, & il numero pigliato sottraggano dal numero posto sopra il partitore, è cosa ancora facile, e commoda, massime alli principianti, e poco essercitati in questa arte: ma troppo lunga, e fastidiosa. Imperoche à partire, per essempio questo numero 97086. per 37. pongon' il partitore appresso l'1. dipoi il medesimo doppiato appresso il 2. e triplicato appressoil 3. &c. Doppo tra questi numeri cercando il numero 97. posto sopra il partitore, il quale perche non ce lo ritrouano, pigliano 74. che è minore, e più vicino, e la figura 2. incontro di quello posto scriuono nel Quotiente, e leuano 74. dal 97. scriuendo il rimanente numero 23. sopra il 97. scancellate prima le figure 7. e 9. insieme co'l partitore. Di poi promosso il partitore, ricercano tra li medesimi numeri, questo numero 230. posto sopra il partitore, il quale non ritrouato, pigliano 222. che è minore, e più vicino, e pongono la figura 6. incontra di quello posta nel Quotiente, e final-

23
97086 (26
377
3
6

37—1
74—2
111—3
148—4
185—5
222—6
259—7
299—8
33—9

finalmente il numero 222. ſottraggono dal 230. Et in queſto modo ſeguitando, finiſcono tutta la diuiſione. Ma chi non vede, che la diuiſione in queſta maniera ſi tira più in lungo, che non ſarebbe il douere, e maſſime, ſe il partitore ſi ſcriuerà con quattro, e cinque, ouero più figure.

Come ſi facci la partitione per Danda.

Mi piace (nientedimeno) grandemente vn' altro modo di partire, chiamato da Italiani, per Danda, il quale è ſicuriſſimo. Imperoche ſubito ſi può emendare l'operatione, ſe foſſe pigliata nel Quotiente vna figura troppo grande, ò troppo piccola: e non ſi caſſano le figure del numero, che ſi diuide. Il modo è queſto, alquanto differente da quello, che gl'altri vſano, ma più commodo. Habbiaſi, verbi gratia, da partire il numero 1904639. per 2978. Poſto il numero con la linea corua (ſcriuaſi il partitore ſopra il luogo, doue ſi

```
             ( 2978
             (―――――――
   1904639   (639 1697/2978
    1178::
    2849
    1697
```

hà da porre il Quotiente, acciò la moltiplicatione ſi facci più facilmente. Dipoi ſotto il 6. doue ſtarebbe la prima figura 8. del partitore, ſe s'haueſſe da ſcriuere ſotto il numero, che ſi diuide, come nell'altro modo del partire ſi faceua, ſi mette vn põto per ſapere, doue ſi hà da cominciare la ſottrattione. Dicendo adunque 2. (cioè, l'vltima figura del partitore) nel 19. entra 6. volte (perche 9. ò 8. ò 7. ſarebbe troppo) ſi pone nel Quotiente 6. E ſi dice, 6. via 8. fa 48. cauando 8. da 6. non ſi può, ma andando à 10. ce ne vanno 2. & giungendo 6. ſi fanno 8. che ſi ſcriuono ſotto il 6. e ſi ritiene in mente 5. cioè 4. per li 40. e 1. per li 10. in oltre 6. via 7. fa 42. & aggiontoci 5. che ritenemmo, fanno 47. cauando 7. da 4. non ſi può, ma inſino à 10. habbiamo 3. che con 4. fanno 7. che ſi ſcriue ſotto il 4. e retiniamo 5. per conto delli 40. e 10. Di più 6. via 9. fa 54. & aggionteci 5. ritenuti, fanno 59. Cauando 9. da 0. non ſi può, ma inſino a 10. habbiamo 1. che ſi ſcriue

ſotto

ſotto il o. e ſi ritiene 6. per conto delli 50. e 10. vltimente 6. via 2. fa 12. che con 6. riſeruati, fanno 18. che cauati dal 19. rimane 1. che ſi ſcriua ſotto il 9.

Fatto queſto ſi mettono ſotto il 3. due ponti, acciò

1904639	2978
1178::	(639 $\frac{1697}{2978}$
2849	
1697	

ſotto quelli ſi cominci la ſottrattione. E ſi dice 2. 11. entra tre volte, perche 5. e 4. ſarebbe troppo, e nel Quotiente ſi pone 3. che ſi moltiplica cõ tutto il partitore, come prima, cioè 3. via 8. fa 24. Cauando 4. dal 3. non ſi può, ma inſino à 10. habbiamo 6. che con 3. fanno 9. che ſi ſcriue ſotto il 3. e ſi tiene 3. per conto delli 20. e 10. Di più 3. via 7. fa 21. che con 3. ſeruati, fanno 24. Cauando 4. dal 8. reſtano 4. per metter ſotto l'8. e ſi ritiene 2. per li 20. In oltre 3. via 9. fa 27. che con 2. riſeruati, fanno 29. Cauando 9. dal 7. non ſi può, ma inſino à 10. n'habbiamo 1. che cõ 7. farà 8. da metterſi ſotto il 7. e ſi riſeruerà 3. per amor delli 20. e 10. Finalmente 3. via 2. fa 6. che con 3. riſeruati fanno 9. che da 11. cauati laſciano 2. da porſi ſotto l'1.

Finito queſto, ſi mettono tre ponti ſotto il 9. acciò ſotto quelli ſi cominci à ſottrarre. E perche 2. in 28. entra 9. volte, ſi porrà 9. nel Quotiente, e ſi dice 9. via 8. fa 72. Cauando 2. dal 9. reſtano 7. che ſi pongono ſotto il 9. e ſi riſeruano 7. per conto delli 70. Dipoi 9. via 7. fanno 63. che con 7. ſeruati fanno 70. Cauando o. dal 9. reſtano 9. da ſcriuerſi ſotto il 9. e ſi riſerua 7. per amor delli 70. In oltre 9. via 9. fanno 81. che con 7. riſeruati fanno 88. cauando 8. dal 4. non ſi può, ma inſino a 10. n'habbiamo 2. che con 4. fanno 6. da ſcriuerſi ſotto il 4. e ſi ritengono 9. per conto delli 80. e 10. Vltimamente 9. via 2. fanno 18. che con 9. riſeruati fanno 27. che ſottratti dal 28. laſciano 1. da metterſi ſotto l'8. E così tutto il Quotienre ſarà 639. & il reſiduo ſarà 1697.

Di maniera, che come vedi, tutta la difficoltà in que-

questo modo consiste in tenere à memoria le dicine, che si riseruono. Et in vero questo modo è bellissimo, perche si vede distantemente il residuo di ciascuna operatione; siche, quando fosse pigliata vna figura troppo grande, ò troppo piccola, subito si può cassare quella insieme co'l residuo falso, e pigliarne vn'altra.

Prima proua della Diuisione per la regola del 9.

Resta, che mostriamo, come si fà la proua della Diuisione: la qual proua è di tre sorti. La prima si fà co'l buttar via il 9. in questo modo: Buttato via il 9. dal partitore, quante volte si può, come nel capitolo del raccorre habbiamo insegnato, pongasi quello che auanza, nella sinistra parte della croce. Di più buttati via li 9. dal Quotiente, quante volte si può, pongasi quel ch'auanza, nella destra parte della croce. Moltiplicati dipoi questi due numeri residui tra di loro, e dal prodotto buttati via li 9. quante volte si può, pongasi questo resto, se nella Diuisione non è auanzato nulla, nella suprema parte della croce. Ma se sarà auanzato qualche num. nella Diuisione, s'haurà d'aggiongere quell'vltimo resto con le figure di questo auanzo della Diuisione; leuando però sempre li 9. e porre quel ch'auãza, nella parte superiore della croce. Vltimamente leuati li 9. dal num. che si partisce, quãte volte si può, pongasi quel ch'auãza, nella parte di sotto della croce. Perche se questo resto sarà vguale à quel resto, che fù posto nella parte di sopra della croce, bene sarà stata fatta la Diuisione, altrimẽte male.

Siche questa Diuisione quì posta, si prouarà così. Buttati via li 9. dal partitore 23. riman 5. e leuati li 9. dal Quotiente 176. rimane ancora 5. e moltiplicati questi resti 5. e 5. tra di loro fanno 25. del quale se si leuano li 9. riman 7. il quale, perche nella Diuisione non è auanzato niente, pongo nella parte superiore della croce. E perche leuati li 9.

```
 2
 232
 273
 4048  (176
 2333
 22
```

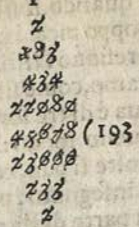
```
    7
 5  X  5
    7
```

dal num. 4048. che si partisce, rimane ancora 7. se-

E guita,

guita, che la Diuisione è stata fatta bene.

Ma quest'altra diuisione quì posta in questo modo, si prouarà. Leuati li 9. dal partitore 236. riman 2. Leuati ancora li 9. dal Quotiente 193. riman 4. Moltiplicati questi resti 2. e 4. tra di loro fanno 8. dal quale non si possono leuare li 9.



3

2 X 4

3

Questi 8. dunque si douerebbe porre sopra la croce, se non fosse auanzato niente nella Diuisione; ma perche auanzò 130. diremo 8. e 3. fanno 11. leuati li 9. riman 2. aggiongo 1. e fò 3. da douersi porre sopra la croce. E perche leuati li 9. dal numero 45678. che è partito, resta ancora 3. sarà perciò stata fatta bene la Diuisione.

La seconda proua si fà co'l buttar via il 7. come habbiamo insegnato nel capitolo del raccorre, pur che dal resto della Diuisione, se vi sarà nel medesimo modo si leuino li 7. e l'auanzo s'aggionga à quell' auanzo, che nella proua del 9. habbiamo detto di douersi aggiongere all'auanzo della Diuisione, e della somma raccolta si leuino li 7.

Come per essempio. La prima delle due prossime Diuisioni, così si prouerà. Buttati li 7. dal partitore 23. riman 2. e leuati li 7. del Quotiente 176. riman 1. e moltiplicati questi resti 2. & 1. tra di loro fanno 2. da douersi porre sopra la croce. E perche leuati li 7. dal numero 4048. che è partito, rimane ancora 2. sarà per questo fatta bene la Diuisione.

2

2 X 1

2

Ma la seconda Diuisione in questo modo si prouarà. Leuati li 7. dal partitore 236. riman 5. e leuati li 7. dal Quotiente 193. auanza 4. e moltiplicati tra di loro questi due resti 5. e 4. e dal pro-

prodotto 20. leuati li 7. riman 6. ilquale se niente fosse restato nella Diuisione, si douerebbe porre sopra la croce; ma perche auanzò il numero 130. dal quale se si leuaranno li 7. resta 4. che aggionto à quell' vltimo restò 6. serbato fà 10. dal quale se si leuarà li 7. restarà 3. da douersi porre sopra la croce.

```
   3
5  X  4
   3
```

Il medesimo ancora rimane, se dal num. 45678. che è partito, si leuaranno li 7. Adunque bene è stata fatta la Diuisione. Ma l'vna, e l'altra di queste proue può esser fallace, per la ragione detta di sopra.

Terza proua della diuisione per la regola della moltiplicatione.

La terza proua, che è certa, nè vi può esser inganno alcuno, si fà per la moltiplicatione. Perche se il Partitore, & il Quotiente tra di loro si moltiplicaranno, & al num. prodotto s'aggiongerà l'auanzo della Diuisione (se vi sarà) si verrà à fare il numero, che è partito, ogni volta, che nella Diuisione non si sia errato. Di maniera, che l'vltima delle prossime due Diuisioni, così si prouerà. Moltiplicato il partitore 236. per il Quotiente 193. auanti, che li numeri prodotti si raccolghino insieme, si scriua sotto quelli il resto della Diuisione, ch'è 130. cioè, la prima figura sotto il primo luogo, e la seconda sotto il secondo luogo, &c. Perche se raccorremo il num. prodotto, e questo auanzo in vna somma, con quel ordine, che habbiamo insegnato nel capitolo della moltiplicatione, si produrrà il numero 45678. che è stato partito.

```
   236
   193
  ----
   708
 2124
 236
   130
 -----
 45678
```

Fà al proposito alcuna volta, auanti che si finisca di diuidere, farne la proua.

GIOVA qualche volta, quando fatta qualche operatione della Diuisione, dubiti di non hauer errato in qualche cosa, prouare la Diuisione condotta fin lì, prima che tù vada più auanti in vano, per vedere se per sorte fosse commesso errore. Prouerai però quella parte della Diuisione, non altrimente che l'altre Diuisioni, lasciando da parte le figure del num. che si partisce, sotto le quali ancora non è posto il partitore, come in questa Diuisione posta quì fatta la prima operatione, così la prouarai per la proua del 9. Leuati li 9. dal partitore 2898. riman 0. e leuati li 9. dal Quotiente 2. riman 2. Moltiplicati tra di loro questi due resti 0. e 2. si produce 0. ilqual 0. si douerebbe porre sopra la croce, che non fosse auanzato qualche cosa nel partire; ma perche sono auanzati 913. s'hà da leuare li 9. da questo resto. Ilche fatto, riman 4. da douersi porre nella parte di sopra della croce. E altretanto rimane, se si leuano li 9. dal num. 6709. fin quì partito, lasciando le figure 456. sotto le quali ancora non vi è stato posto il partitore.

291
2223
6709456 (2
2898

	4	
0	X	2
	4	

Facilità di diuider quando il partitore nel principio hà alcuni zeri.

SE il partitore nel principio hauerà alcuni zeri, facile sarà la Diuisione, se dal numero, che si partisce si leuaranno tante figure dalla banda destra, quanti zeri hà il partitore, & il numero, che resta, si partirà per il partitore, leuate prima quelle cifre: Ma l'auanzo di questa Diuisione, se vi sarà, si deue porre verso la parte sinistra, auanti le figure leuate, per fare il Numeratore del numero rotto, dal quale il Denominatore sarà tutto il partitore, insieme con li zeri. E se nella Diuisione non è restato niente, si doueranno metter le figure leuate in luogo del Numeratore del numero rotto. Come se il numero 13946007693. si debbia partire per 38000000. leuaremo da quello queste prime sei figure 007693. dalla parte destra quanti appunto sono li zeri nel principio del partitore; & il num.

21
218
456
13946 (367 6 7/0 6/0 9/0 3/0 0 0
3888
33

restante 13946. partiremo per 38. lasciando quei sei zeri,

zeri, come è stato fatto in questo essempio. Ma perche nella diuisione non è auanzato niente, scriueremo sopra il partitore il numero 7693. che hauemo tolto via; perche questi due zeri della parte sinistra non significano niente, però si deuono lasciare.

Di più se il medesimo num. 13946007693. si habbia da partire per 300800000. leuaremo da quello queste prime cinque figure 07693. cioè quanti sono li zeri nel principio del partitore; e partiremo il numero restante 13946. per 3008. lasciando quelli cinque zeri, sicome è stato fatto in quest'altro essempio.

109
1142
130160
30088
300

$(46\frac{1}{3}\frac{0}{0}\frac{9}{0}\frac{2}{8}\frac{0}{0}\frac{7}{0}\frac{6}{0}\frac{9}{0}\frac{3}{0}$

Ma perche della diuisione è auanzato questo numero 1092. se quello riponeremo verso la parte sinistra auanti tutte queste figure 07693. che dal numero, che si diuide, leuammo via, metteremo sopra il partitore tutto questo numero 109207693. come nell' essempio si vede.

Di quì è, che se l'vltima figura del partitore sarà 1. e tutte l'altre zeri, il Quotiente sarà il numero stesso, che si partisce, leuate prima da quello tante figure verso la parte destra quanti zeri sono nel partitore; ma il Numeratore del numero rotto sarà il numero leuato. Come se il num. 4780920345. s'habbia da partire per 10000. sarà il Quotiente 47809. $\frac{1}{}\frac{2}{0}\frac{0}{0}\frac{3}{0}\frac{4}{0}\frac{5}{0}$. Così ancora se il numero 9700203. s'habbia da partire per 10000. il Quotiente sarà 970. $\frac{}{1}\frac{}{0}\frac{2}{0}\frac{0}{0}\frac{3}{0}$. e così di tutti gl'altri.

Si fà alcuna volta facile la Diuisione, quando il nu. che si diuide hà nel principio alcuni zeri,

NE questo è da lasciare in dietro, che se il numero, che si partisce, haurà alcuni zeri nel principio, e auanti che sia finita tutta la diuisione, nissuna figura significatiua nella diuisione sarà auanzata, all' hora deuono porsi doppo il Quotiente trouato tutti li zeri del numero, che si partisce, non ancora ta scancellati. Come se si hà da partire il numero 1863000000. per 345. perche doppo la seconda operatione, niesite nella diuisione è rimasto, se

222
388
1863000000 (5400000
3455
34

doppo il numero Quotiente 54. ritrouato si scriueranno li cinque zeri del num. che si partisce, non ancora scancellati, si farà tutto il Quotiente 5400000. e sarà finita la diuisione.

Il sũmare, sottrarre, moltiplicare, e diuidere sono fondamento di tuttoquello, che si trattanel l'Aritmetica.

DA queste cose, che detto habbiamo del raccorre, sottrarre, moltiplicare, & il partire li numeri intieri, deponendo tutte l'altre cose, che si trattano in tutta l'Aritmetica, come da principij, & elementi: Di sorte, che in ogni cosa manderà ad essecutione per quelle, e niente altro s'hauerà da comandare, che si faccia per sciogliere qual si voglia questione Aritmetica, fuora di raccorre, sottrarre, moltiplicare, ò partire li numeri. Di maniera, che se alcuno non sarà molto bene essercitato in quelle quattro operationi Aritmetiche, in vano anderà innanzi all'altre cose, che siamo per trattare.

DEL MODO DI NVMERARE LI NVMERI rotti. Cap. VI.

SIcome di sopra habbiamo numerato i numeri intieri, e più numeri propostoci in vna somma raccolto, sottratto l'vno dall'altro, moltiplicatone due qual si voglia tra di loro, e finalmente partito l'vno per l'altro: così in quel che seguita, ci bisogna fare il medesimo ne i numeri rotti, i quali con altro nome si sogliono chiamare minutie, ò fragmenti.

Che cosa sia Numero rotto, ò fragmento.

Il numero rotto, ò minutia, ò fragmento, che vogliam dire, è vna, ò più parti di qualsiuoglia cosa intiera diuisa in più parti vguali. Come s'alcun intiero sarà partito in cinque parti vguali, & vno ne pigliarà vna di quelle parti, quella quinta parte si chiamerà, numero rotto. Così ancora s'alcuno pigliarà due, tre ò quatò quattro parti, quelle due, tre, ouero quattro, cinque parti si diranno numero rotto.

Qual sia il Numeratore, & il Denominatore della minutia.

CIASCVNA minutia contiene due numeri, che nel proferirla s'esprimono. Il primo si chiama Numeratore, perche numera, quante parti contiene il num. rotto di quelle parti, nelle quali è diuiso quel tutto, del quale il num. rotto è fragmento: L'altro si chiama Denominatore, perche dà nome à quelle parti del numero rotto, cioè, mostra in quante parti il tutto s'intenda esser partito. Come quando si propone vn rotto, che contenga tre quinte parti, il Numeratore à 3. perche significa, in quel rotto contenersi tre parti dell'intiero; Ma il Denominatore è 5. perche mostra, quelle tre parti non essere di qual si voglia sorte, ma quinte parti.

Ogni numero rotto in che modo si scriua, e si pronuntia.

OGNI numero rotto si scriue in questo modo. Il Denominatore si pone dirittamente sotto il Numeratore, tirando vna linea frà l'vno, e l'altro num. come per essempio, tre quinte parti si scriuono in questo modo $\frac{3}{5}$. e l'vno, e l'altro numero si proferisce per il suo nome, pronuntiando però nel primo luogo il Numeratore. Come dire, il detto numero rotto così si hà da proferire, tre quinte. E questo $\frac{25}{48}$. così, venticinque quarant'ottesimi, ouero vinticinque quadragesimeottaue, e significa, qualche intiero essere diuiso in quarant'otto parti vguali, e di quelle esserne state prese venticinque.

Donde naschino i numeri rotti.

NASCONO per il più i numeri rotti dall'auanzo della diuisione di numeri intieri. Imperoche quãdo resta qualche cosa nella diuisione, si fà da quello il Numeratore del rotto, che hà per Denominatore il partitore, sicome hauemo detto di sopra. Come per essempio, quando si diuide 46. per 7. il Quotiente è 6 & auanza 4. Si fà adunque questo rotto $\frac{4}{7}$. Siche tutto il Quotiente sarà 6. $\frac{4}{7}$. Così ancora, quando si propone vn minore numero da diuidere per vn maggiore, si fà vn rotto, del quale il Numeratore è il numero, che si hà da diuidere, & il Denominatore è il partitore. Come se si doueranno diuidere 4. per 7. si farà questo rotto $\frac{4}{7}$. e significa 4.

Quando vn minor numero si diuide per vn maggiore, si fà vn rotto.

esser diuiso per 7. Siche questa minutia $\frac{4}{7}$. sia la settima parte di questo numero 4. Parte dico Denominata dal partitore 7. Imperoche, sicome, quando partiamo 12. per 3. si troua il numero 4. che è la terza parte del numero 12. diuiso. Vna parte dico Denominata dal partitore: Così ancora, quando diuidiamo 4. per 7. si fà il Quotiente $\frac{4}{7}$. che la settima parte del numero 4. diuiso. Parte dico denominata dal partitore. Per la medesima ragione qual si voglia altra minutia, è parte del Numeratore denominata dal Denominatore. Come questa minutia $\frac{3}{4}$. è la quarta parte del 3. Perche quando si diuide 3. per 4. si fà il Quotiente $\frac{3}{4}$. Donde nasce, che se si pigliarà la minutia $\frac{3}{4}$. quattro volte, si farà $\frac{12}{4}$. che sono vguali al 3. sicome da quello, che poco più à basso scriueremo, sarà manifesto. E così diremo dell'altrui numeri rotti.

Qual si voglia numero rotto, è del Numeratore denominata dal Denominatore.

LA STIMA, O VALORE DEI NVMERI rotti. Cap. VII.

Come cresca il valore delle minutie.

LA stima, ò valore di qual si voglia minutia cresce, quando restando il medesimo Numeratore si scema il Denominatore; ouero, quando restando il medesimo Denominatore, il Numeratore cresce. Come in questi rotti $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{2}$. ouero in questo $\frac{1}{7}$. $\frac{2}{7}$. $\frac{3}{7}$. $\frac{4}{7}$. $\frac{5}{7}$. $\frac{6}{7}$. ciascheduno, che si pigli, è maggiore del suo precedente, come dalle cose seguenti sarà chiaro; E nelli primi, restando sempre il medesimo Numeratore, & il Denominatore si diminuisce; Ma nelli secondi, restando sempre il medesimo Denominatore, il Numeratore s'accresce.

Come si diminuisca il valore delle minutie.

MA la stima, ò valore di qual si voglia minutia si diminuisce, quando restando il medesimo Numeratore, il Denominatore s'accresce; ouero quando restando il medesimo Denominatore, il Numeratore si diminuisce. Come in questi rotti $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{6}$. ouero in questi altri $\frac{7}{8}$. $\frac{6}{8}$. $\frac{5}{8}$. $\frac{4}{8}$. $\frac{3}{8}$. ciascuno, che si pigli à minore del suo precedente, come dalle cose, che seguitando, si farà manifesto; E nelli primi, restando

sem-

sempre il medesimo Numeratore il Denominatore s'accresce; Ma nelli secondi, restando il medesimo Denominatore, il Numeratore si diminuisce.

Di più tutte le minutie, delle quali il Numeratore d'vna habbia al suo Denominatore la medesima proportione, che li Numeratori dell'altre hanno alli loro Denominatori rispondenti, tra loro sono vguali. Come queste minutie $\frac{1}{2}$. $\frac{18}{36}$. $\frac{150}{300}$. $\frac{100}{200}$. $\frac{1500}{3000}$. tutte tra di loro sono vguali. Perche il Numeratore di ciascuna hà proportione subdupla al suo Denominatore, cioè, viene ad essere la metà di esso. Così ancora queste $\frac{3}{4}$. $\frac{6}{8}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{6}{8}$. $\frac{\,}{1}$. $\frac{9}{2}$. $\frac{9}{0}$. Perche il Numeratore di ciascuna hà proportione subsesquitertia al suo Denominatore, cioè, contiene tre quarte parti di esso.

La minutia delle quali i Numeratori hanno la medesima proportione alli Denominatori sono vguali.

E perche se due numeri si moltiplicano per vn medesimo numero, ouero se partiscono per vn medesimo numero, li numeri prodotti hanno la medesima proportione, che quelli due numeri moltiplicati, ò diuisi, seguita, che moltiplicandosi, ouero diuidendosi il Numeratore, e Denominatore per qual si voglia numero, si produca vn'altra minutia del medesimo valore, benche habbia numeri maggiori, ò minori.

Se il Numeratore & il Denominatore di qual si voglia rotto si moltiplicarà, ouero si diuiderà per qual si voglia num. si produrrà vn rotto del medesimo valore.

Come in questa proposta minutia $\frac{6}{9}$. se l'vno, e l'altro suo numero si moltiplicarà per 3. si produrrà la minutia $\frac{18}{27}$. del medesimo valore. Così ancora se l'vno, e l'altro numero si diuiderà per 3. si farà la minutia $\frac{2}{3}$. del medesimo valore. E ancorche tutto questo si possa dimostrar dal 7. lib. di Euclide, ci contentaremo nondimeno di dichiarare la cosa con vn'essempio in queste due minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{6}{9}$. doue la verità di questa cosa chiaramente apparirà. Percioche se si pigliarà il numero 9. ilquale hà la terza parte, e la nona, saranno le due terze parti di esso vguali à sei noue parti del medesimo. Perche essendo la terza parte di quello 3. saranno due terze parti 6. Così ancora, essendo la nona parte 1. saranno ancora sei noue parti 9. Adunque sono vguali queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{6}{9}$. e così dell'altre.

QVAN-

Qual minutia s'agguaglia à vn' intiero.

QVANDO ancora il Numeratore d'alcuna minutia è vguale al Denominatore, quella minutia s'agguaglia à vn'intiero. Come qual si voglia di queste minutie $\frac{2}{2}$. $\frac{6}{6}$. $\frac{2}{2}$. $\frac{0}{0}$. $\frac{1}{1}$. $\frac{000}{000}$. fa vn' intiero, cioè quello, che è diuiso in parti denominate dalli Denominatori. Percioche nel Numeratore si contengono tutte le parti, nelle quali l'intiero, ouero il tutto è stato partito.

Qual minutia sia minore di vn' intiero.

MA quando il Numeratore della minutia è minore del Dominatore, all'hora quella minutia sarà minore d'vno intiero. Come sono queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{7}$. $\frac{9}{10}$. Perche à ciascuna mancano à fare l'intiero tante parti denominate del suo Denominatore, di quante vnità è minore il Numeratore del Denominatore. Cioè, à questa minutia $\frac{2}{3}$. manca $\frac{1}{3}$. e à questa $\frac{4}{7}$. mancan $\frac{3}{7}$. & à questa $\frac{9}{10}$. manca $\frac{1}{10}$.

Qual minutia sia maggiore d' vn' intiero.

FINALMENTE quando il Numeratore della minutia è maggiore del Denominatore, detta minutia è maggiore d'vn intiero. Come sono queste $\frac{4}{3}$. 4 $\frac{4}{7}$. 1 $\frac{0}{4}$ $\frac{0}{0}$. perche nel Numeratore di ciascuna si contengono più parti, che non son quelle, nelle quali il tutto, ouero l'intiero è stato diuiso.

Come si conosca di due minutie proposte, quale d' esse sia maggiore.

QVANDO saranno proposte due minutie, e vorrai conoscere, quali di esse sia maggiore, terrai questa regola. Poste le minutie per ordine, moltiplica i numeri di quelle in croce, cioè, il Numeratore della prima nel Denominatore della secōda, & il Numeratore della seconda nel Denominatore della prima, ponendo li numeri prodotti sopra li Numeratori. Perche quella minutia, della quale il Numeratore hauerà prodotto maggior num. sarà maggiore. Che se li due numeri prodotti sarāno vguali, saranno le minutie proposte ancora vguali. Come nel primo di questi tre essempi, maggiore è la seconda minutia $\frac{6}{8}$. che la

$$\begin{array}{ccccccccccc} 16. & & 18. & & 41. & & 40. & & 48. & & 48. \\ \frac{2}{3} & \times & \frac{6}{8} & & \frac{1}{2} & \times & \frac{2}{4}\,\frac{0}{1} & & \frac{3}{4} & \times & \frac{1}{1}\,\frac{2}{6} \end{array}$$

prima $\frac{2}{3}$. perche il numero 18. prodotto dalla moltiplicatione del 6. cioè, nel Numeratore della seconda

mi-

minutia, nel 3. cioè, nel Denominatore della prima, è maggiore, che'l numero 16. prodotto dalla moltiplicatione del 2. cioè, del Numeratore della prima minutia nell'8. cioè, nel Denominatore della seconda. Ma nel secondo essempio maggiore, è la minutia $\frac{1}{2}$. che $\frac{2}{4}$ $\frac{0}{1}$. Nel terzo essempio finalmente le minutie $\frac{3}{4}$. e $\frac{1}{1}$. $\frac{2}{6}$. sono vguali, come è manifesto dalle moltiplicationi fatte in croce. La cagione di questa regola è, che quando li Numeratori moltiplicati in croce per li Denominatori, producono vguali numeri, si troua vna medesima proportione delli Numeratori alli Denominatori, come è chiaro della propos. 19. del 7. libro di Euclide. Per la qual cosa, come habbiamo detto di sopra, le minutie saranno vguali. Di quì nasce, che quel Numeratore, che produce maggior numero, hà maggior proportione al suo Denominatore, e perciò quella minutia è maggiore, si come è stato detto di sopra. Ma accioche tu impari con l'esperienza, che la minutia $\frac{6}{8}$. sia maggiore, che $\frac{2}{3}$. pigliamo il numero 48. che ha parti denominate dalli Denominatori di queste minutie, cioè, l'ottaua parte, e la terza. Essendo dunque, che vna ottaua parte di questo numero 48. sia 6. saranno sei ottaue 36. & essendo ancora, ch'vna terza parte del medesimo numero sia 16. saranno le due terze 32. il qual numero è minore, di 36.

In che modo si ritroui il valore di vna minutia data in minor moneta, peso, ouero misura.

Hora se sarà data alcuna minutia di qualche moneta, ouero di peso, ò di misura maggiore, e tù desideri di ritrouare il valore di quella in minore moneta, ouero peso, ò misura, cioè, ridurre quella à minore moneta, &c. farai in questo modo. Moltiplica il Numeratore per il numero, che significa, quante volte la moneta minore, alla quale si hà da ridurre il rotto, si contiene nella maggiore, & il numero prodotto diuidi per il Denominatore del medesimo rotto. Perche il numero Quotiente mostrarà il valore della data minutia in quella minor moneta. Il che intendi ancora delli pesi, & misure. Come dire, se sarà data questa minutia $\frac{4}{7}$. di vn scudo, che significa, si come hauemo detto nel 6. capitolo quattro scu-

di

Il giulio, baiocco, e quattrino in Roma, che significhi, ò vaglia.

di partiti in ſei parti vguali, e la vorremo ridurre à giulij, baiocchi, ò quattrini (imperoche in queſta noſtra Aritmetica vſaremo eſſempij di moneta Romana, doue 4. quattrini fanno vn baiocco, e 10. baiocchi fanno vn giulio, e 10. giulij fanno vn ſcudo) moltiplicaremo il Numeratore 4. per 10. poiche 10. giulij fanno vn ſcudo, acciò ſi riduchino quelli 4. ſcudi diuiſi in ſette parti à 40. giulij, & il numero prodotto, ch'è 40. partiremo per il Denominatore 7. Perciocche il numero Quotiente darà giulij 5. $\frac{5}{7}$. E ſe queſta minutia de' giulij $\frac{5}{7}$. che ſignifica 5. giulij eſſere in 7. parti vguali diuiſi, vorremo ridurre à baiocchi, moltiplicaremo medeſimamente il Numeratore 5. per 10. eſſendo che 10. baiocchi fanno ancora vn giulio, per ridurre quelli 5. giulij in 7. parti diuiſi à baiocchi 50. & il numero prodotto, ch'è 50. diuideremo per il medeſimo Denominatore 7. Perche il num. Quotiente ci darà baiocchi 7 $\frac{1}{7}$. E ſe vltimamente queſta minutia $\frac{1}{6}$. di baiocchi, che ſignifica vn baiocco eſſer diuiſo in 7. parti vguali, vorremo ridurre à quattrini, moltiplicaremo il Numeratore 1. per 4. poiche 4. quattrini fanno vn baiocco, per ridurre quel baiocco in 7. parti diuiſo à 4. quattrini, & il numero prodotto, che è 4. partiremo per il Denominatore 7. e faremo $\frac{4}{7}$. di vn quattrino, cioè, poco più della metà d'vn quattrino. Si che $\frac{4}{7}$. d'vn ſcudo contengono giulij 5. baiocchi 7. e quattrini $\frac{4}{7}$. Ma ſe vogliamo in vn tratto ridurre $\frac{4}{7}$. d'vn ſcudo à baiocchi, moltiplicaremo il Numeratore 4. per 100. poiche 100. baiocchi fanno vn ſcudo, per ridurre quelli 4. ſcudi in 7. parti vguali diuiſi à 400. baiocchi, e partiremo il numero prodotto, cioè 400. per il Denominatore 7. e faremo baiocchi 57. $\frac{1}{7}$.

Di più ſi habbia da cercar quanti paſſi, piedi, palmi, ouero dita contenghino $\frac{5}{8}$. d'vn miglio Italiano, poſto, che vn miglio contiene 1000. paſſi Geometrici, & vn paſſo 5. piedi, vn piede 4. palmi, vn palmo 4. dita, & vn dito 4. grani d'orzo; moltiplicaremo il Numeratore 5. per 1000. acciò le 5. miglia in 8. parti diuiſe ſi riduchino à 5000. paſſi, & il numero prodot-

to

to 5000. partiremo per il Denominatore 8. e faremo 625. passi.

Così ancora se $\frac{10}{13}$. d'vn passo vorremo ridurre à piedi, moltiplicaremo il Numeratore 10. per 5. & il prodotto numero 50. partiremo per il Denominatore 13. e faremo piedi $3\frac{11}{13}$. Di nuouo, se questo Numeratore 11. moltiplicaremo per 4. & il num. prodotto 44. diuideremo per il Denominatore 13. faremo palmi $3\frac{5}{13}$. Più oltra, se moltiplicaremo questo Numeratore 5. per 4. & il numero prodotto 20. partiremo per il Denominatore 13. ritrouaremo dita $1.\frac{7}{13}$. Finalmente se questo Numeratore 7. moltiplicaremo per 4. & il numero prodotto 28. diuideremo per il Denominatore 13. ritroueremo grani d'orzo $2\frac{2}{13}$ Di sorte, che $\frac{10}{13}$. d'vn passo contengono piedi 3. palmi 3. dico 1. e grani d'orzo $2\frac{2}{13}$.

Di più si habbia da ridurre à onze questa minutia $\frac{3}{4}$. di vna libra. Essendo, che 12. onze fanno vna libra, moltiplicaremo il Numeratore 3. per 12. & il prodotto numero 36. diuideremo per il Denominatore 4. e faremo 9. once.

Vltimamente si habbia da cercare, quanti minuti contengono $\frac{5}{6}$. d'vn grado. Poiche 60. minuti fanno vn grado, moltiplicaremo il Numeratore 5. per 60. & il numero prodotto 300. diuideremo per il Denominatore 6. e faremo minuti 50.

DELLI ROTTI.
Di rotti. Cap. VIII.

NON solamente vna cosa intiera si diuide in quante parti vguali tù vuoi, acciò si faccino li semplici numeri rotti delli quali trattiamo; ma ancora qualche volta essi numeri rotti s'imaginano in più parti vguali esser diuisi, come se fossero cose sane, & intiere. Donde nascono li rotti di rotti, ouero minutie di minutie. Come per essempio, sicome quando io piglio 4. parti di vn'intiero diuiso in 7. parti, fò questa minutia semplice. $\frac{4}{7}$. che significa qaattro set-

Le minutie delle minutie donde naschino. La minutia di minutie della minutia, che cosa sia, ſettime parti di eſſo intiero: Così ancora quando imagino queſto rotto ſemplice $\frac{4}{7}$ eſſer diuiſo in cinque parti vguali, e ne piglio tre parti, fò vna minutia quella minutia, cioè, tre quinte parti di quattro ſettimi d'vn intiero. Di maniera, che la prima minutia ſi proferiſca, e ſi ſcriua, come le minutie ſemplici, e ſimilmente la ſeconda, eccetto, che ſe gli mette auanti l'articolo [di] e ſi ſcriue ſenza la linea in mezzo, acciò ſi diſtingua dall'altre. Come la ſopradetta minutia di minutia così s'hà da ſcriuere $\frac{3}{5}\frac{4}{7}$ e ſi prononciarà così. Tre quinte di quattro ſettime d'vn intiero. Ma queſt'altra minutia di minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{2}$. così ſi proferirà. Due terzi di tre quarti d'vn ſeſto d'vn mezzo d'alcuno intiero. Perche ſignifica dal mezzo d'alcuno intiero eſſer ſtata pigliata vna ſeſta parte di quel mezzo diuiſo in 6. parti vguali, e da queſta ſeſta parte diuiſa in quattro parti vguali eſſerne ſtato preſi $\frac{3}{4}$. & vltimamente da eſſi tre quarti diuiſi in tre parti vguali eſſerne ſtato tolti due terzi. E la medeſima ragione è nell'altri rotti di rotti.

Le minutie di minutie in che modo ſi pronunciano, e ſi ſcriuano.

Ma in che maniera la ſtima, ò valore delli rotti di rotti ſi habbia à conoſcere, inſegnaremo al fine del Cap. 10. doue li ridurremo à rotti ſemplici.

DEL MODO DI RIDVRRE *i numeri rotti à minimi numeri, ouero termini. Cap. IX.*

AVVIENE ſpeſſe volte, che alcuna minutia ſi ſcriui con sì gran numeri, che commodamente ſi poſſa eſprimere con minori, ſenza mutare il ſuo valore, e prezzo. Come queſta minutia $\frac{3}{7}\frac{6}{2}$ tanto valore, quanto queſta $\frac{1}{2}$ eſpreſſa, come vedi, con minimi numeri. E che ſi riduca qual ſi voglia minutia ſcritta con grandi numeri à minimi numeri, ò termini, è modo vtile per molte cauſe. Prima, perche più facilmente s'intende qual ſi voglia minutia eſpreſſa con minori numeri, che ſcritta con numeri maggiori. Perche ci ſarà quello, che non intenda più facilmente $\frac{1}{2}$. che $\frac{3}{2}\frac{6}{2}$ ouero $1\,\frac{5}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$. ouero $\frac{-}{-}$ $\frac{8}{6}$

Perche le minutie ſi riduchino à minimi termini.

$\frac{3}{6}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{6}{2}$ ancorche tutti questi rotti al tutto significhino il medesimo? Dipoi, perche si rende più facile l'operatione delli rotti, se si riducono à termini minimi, come per quel che segue, sarà chiaro. Terzo, acciò s'intendano i libri de' Matematici, li quali ordinariamente sogliono notare le minutie con numeri minimi. Perche se per essempio si trouarà scritto da alcuno, che questo numero 2528. partito per 48. faccia il Quotiente 52. $\frac{2}{3}$ e tu vogli prouare, & essaminare, ritrouerai il Quotienre 52. $\frac{3}{4}$ $\frac{8}{9}$ che pare differente da quello, essendo pure il medesimo. Percioche questa minutia $\frac{3}{4}$ $\frac{8}{9}$ ridotta à minimi termini fa $\frac{2}{3}$. Onde auanti che tu giudichi d'hauere errato, ouero quel scrittore hauer commesso errore, vedendo la tua minutia essere differente da quella del scrittore, ridurrai prima la minutia da te ritrouata, e con numeri maggiori espressa, à minimi numeri, ò termini.

L'arte del ridurre ogni minutia scritta con maggiori numeri à minimi termini, sarà questa. Diuidasi tanto il Numeratore, quanto il Denominatore per la massima commune misura dell'vno, e dell'altro, cioè, per il massimo numero, che misuri l'vno, e l'altro. Percioche li numeri Quotienti, facendo il Quotiente del Numeratore, Numeratore, & il Quotiente del Denominatore, Denominatore) daranno la minutia equiualente à quella, & espressa con numeri minimi. Perche essendo, che quando si diuidono due numeri per vn medesimo numero qual si voglia, li Quotienti habbino la medesima proportione, che quelli numeri, e li numeri Quotienti in questo modo ritrouati, siano i minimi di tutti, per essere li numeri della minutia proposta, partiti per il più gran numero, che l'vno, e l'altro, misuri, di modo, che per maggiore non si possino diuidere, che non si lasci qualche cosa nella diuisione: chiarissima cosa è, che la minutia ritrouata viene essere espressa con numeri minimi, di sorte, che non si possi esprimere con minori.

In che modo le minutie si riduchino à minimi numeri.

Per essempio, sia questa minutia proposta $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{6}$. Il

Nu-

Numeratore, & il Denominatore della quale sono misurati, e numerati da tutti questi numeri 2. 4. 8. 16. e fuor di questi da niuno altro. Perche se bene il numero 24. ch'è maggiore d'essi, misura il Denominatore 48. non però si misura il Numeratore 32. Così ancora, benche il numero 32. ch'è maggiore, del 24. misuri il Numeratore 32. nientedimeno in niun modo misura il Denominatore 48. e pure in questo luogo noi intendiamo per il numero massimo numerante, quello, che misuri l'vno, e l'altro numero della minutia proposta, cioè, tanto il Numeratore, quanto il Denominatore. Se adunque tanto il Numeratore 32. quanto il Denominatore 48. si diuiderà per il maggiore di quei numeri, come dire per il 16. si ritrouaranno li Quotienti 2. e 3. Onde la minutia proposta $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{8}$ si ridurrà à questa equiualente $\frac{2}{3}$. espressa con minimi numeri. Se tù diuidessi li medesimi numeri della proposta minutia per vn'altro numero, ch'essi misuri: ma che non sia il maggiore, ridurresti bene la minutia, ad vn'altra vguale, e da minori termini espressa, ma non da i minimi. Come se li medesimi numeri 32. e 48. si diuideranno per 8. si ritroua questa minutia $\frac{4}{6}$ la quale ancora si può scriuere con minori numeri, in questo modo $\frac{2}{3}$.

Quando le minutie non si possono ridurre à minori termini.

Per la medesima ragione questa minutia $\frac{6}{4}$. $\frac{0}{5}$. il Numeratore della quale, & il Denominatore sono misurati da tutti questi numeri 3. 5. 15. si ridurrà à $\frac{3}{4}$ se però così il Numeratore, come il Denominatore si diuiderà per 15. che è il maggior numero, che gli numeri. E così di tutti gli altri.

Ma se niun num. fuor dell'vnità misurerà il Numeratore, & il Denominatore d'alcuna minutia, quella minutia non si potrà ridurre à minori termini, ma sarà già espressa con minimi numeri. Come queste minutie $\frac{2}{3}$ $\frac{0}{9}$. $\frac{2}{6}$. $\frac{0}{3}$. $\frac{4}{3}$ $\frac{7}{9}$ non si possono ridurre à minori termini. Perche questi numeri 2. 4. 5. 10. benche numerino il Numeratore della prima minutia, niuno però di loro misura il Denominatore di quella, ancorche questi numeri 3. 13. misurino il Denominatore della medesima minutia, nè l'vno però, nè l'altro di quelli misura il Numeratore. Dipoi, benche questi numeri 2. 4. 5. 10. misurino il Numeratore della seconda minutia, & questi 3.7.9.21. il Denominatore della medesima, niuno di loro però misura l'vno, & l'altro, cioè, il Numeratore, & il Denominatore di quella minutia. Ma li numeri dell'vltima minutia da nissun numero fuor dell'vnità, sono numerati, essendo, che (per parlare con gl'Aritmetici) sono numeri Primi, si come ancora li numeri di quell'altre prime due minutie sono tra di loro Primi, benche niuno di quelli sia primo. Perche numero Primo si dice quello, che è misurato solo dall'vnità, & numeri tra di loro Primi si chiamano quelli, li quali dalla sola vnità, come da misura commune, vengono misurati, ancorche nissuno di loro sia Primo.

Primo numero, & primi tra di loro quali siano.

E perche per ridurre la minutia proposta à minimi termini, è necessario, che si ritroui la massima misura commune del Numeratore, & del Denominatore, (poiche per questa massima misura commune l'vno, & l'altro numero, cioè, tanto il numeratore, quanto il Denominatore, s'hà da diuidere, come habbiamo detto) si suol dare questa regola per ritrouarla. Si diuida il Denominatore, per il Numeratore: Et se qualche cosa nella diuisione sarà auanzata, si diuida il partitore, cioè, il Numeratore, per quello restante della diuisione: E se di nuouo sarà rimasta qualche cosa, si diuida quest'vltimo partitore, cioè, quel primo auanzo, per il resto di quest'vltima diuisione; & così sempre si diuida l'vltimo partitore per l'vltimo resto, infino à tanto, che s'incontri in vn partitore, che non lasci cosa alcuna nella diuisione. Perche quest'vltimo partitore sarà la massima misura commune del Numeratore, & del Denominatore della minutia proposta. Ma se qualche partitore in questa sorte di diuisione lasciarà vn'vnità, non haueranno il Numeratore, & il Denominatore della minutia proposta alcuna misura commune, se non l'vnità, ma saranno numeri tra di loro Primi.

In che modo si ritroui la massima misura commune del Numeratore, & Denominatore, di qual si voglia minutia.

Quando il Numeratore, & Denominatore della minutia non hanno misura cōmune fuori dell'vnità.

Come per essempio, se sarà proposta questa minutia $\frac{36}{72}$. ritrouaremo la massima misura commune del Numeratore, e del Denominatore in questo modo, Si diuida il Denominatore 72. per il Numeratore 36. e perche fatta questa diuisione, niente auanza; sarà per tanto la massima misura commune 36. per la quale se diuideremo il Numeratore, & il Denominatore della data minutia $\frac{36}{72}$. ridurremo quella à questa $\frac{1}{2}$. espressa con termini minimi.

In oltre, se sarà data questa minutia $\frac{60}{96}$. ritrouaremo la massima misura commune del Numeratore, e Denominatore in questo modo. Partito che sarà il Denominatore 96. per il Numeratore 60. auanzarà nella diuisione 36. Di più, diuiso che sarà il partitore 60. per il resto 36. rimarrà nella diuisione 24. Di nuouo partito ancora quest'vltimo partitore 36. per l'vltimo resto 24. rimarrà 12. E finalmente diuiso l'vltimo partitore 24. per l'vltimo resto 12. non rimane cosa alcuna. Sarà adunque la massima misura commune 12. per la quale si diuiderà tanto il Numeratore, quanto il Denominatore della proposta minutia $\frac{60}{96}$. se constituirà questa minutia $\frac{5}{8}$. espressa con numeri minimi.

Ma se si proponerà questa minutia $\frac{48}{103}$. non si ritrouerà niuna misura commune del Numeratore, e Denominatore, se non l'vnità. Perche diuidendo il Denominatore 103. per il Numeratore 48. auanza 7. Diuidendo dipoi il partitore 48. per il resto 7. riman 6. Finalmente partendo quest'vltimo partitore 7. per l'vltimo residuo 6. riman 1. per la qual cosa, sicome è stato detto di sopra, il Numeratore, e Denominatore di questa minutia $\frac{48}{103}$. sono numeri tra di loro Primi.

In che modo si ritroui la massima misura di qual si voglia due num. proposti.

Con la medesima arte ritrouaremo la massima misura commune di qual si voglia due numeri, (ancorche non constituischino numero rotto, ma assolutamente si proponghino) se il maggiore diuideremo per il minore, e questo partitore per il resto della diuisione, se vi sarà, e di nuouo quest'vltimo partitore per il resto dell'vltima diuisione, e così di mano in mano con quest'ordine, &c. Perche l'vltimo partitore, che niente lasciarà nella diuisione,

sarà

farà la massima misura commune delli dati numeri. Ma se in alcuna diuisione farà auanzata l'vnità, saranno li numeri dati tra di loro Primi, e non haueranno alcuna misura commune, fuor che l'vnità.

Si caua questa regola di ritrouare la massima misura commune di due numeri, dalla propos. 2. del lib. 7. di Euclide. Et ancorche Euclide dica sempre douersi il minor numero sottrarre dal maggiore, nientedimeno il medesimo si fà, & in effetto molto più breuemente, per la diuisione del maggior numero per il minore essendo, che la diuisione sia vna certa succinta, e compendiosa sottrattione, sicome anco la moltiplicatione è vna breue, e spedita raccolta di più numeri.

Donde si caui questa regola di ritrouare la massima misura di due num.

In vn'altro modo si ridurrà qual si voglia minutia proposta à minimi termini, se tanto il Numeratore, quanto il Denominatore si diuiderà per alcuna misura commune da loro conosciuta, ancorche non sia la massima, acciò si ritroui vna minutia equiualente sotto minori numeri: Et in oltre, se si diuiderà tanto il Numeratore, quanto il Denominatore di questa minutia ritrouata per alcun'altra misura commune di loro; e così di mano in mano, sino à tanto, che si ritroui vna minutia, della quale il Numeratore, e Denominatore siano numeri tra di loro Primi. Come propostaci questa minutia $\frac{3}{4}\frac{6}{8}$. se l'vno, e l'altro numero di quella si diuiderà per 2. si ritrouarà questa minutia $\frac{1}{2}\frac{8}{4}$. della quale se l'vno, e l'altro numero si diuiderà della 3. si ritrouarà questa minutia $\frac{6}{8}$. Li numeri della quale finalmente partiti per 2. daranno questa minutia $\frac{3}{4}$. sotto minimi termini. Ma quella prima regola è più eccellente, e più breue.

Vn'altro modo di ridurre le minutie à minimi termini.

(.,.)

DEL MODO DI RIDVRRE *i Numeri rotti ad vna medesima Denominatione, & ad intieri, & gl'intieri à qual si voglia rotto, & finalmente i rotti di rotti à rotti semplici. Cap. X.*

SPesse volte auuiene, che si deuono ridurre li rotti di diuersi Denominatori ad altri rotti, che siano vguali à quelli, ciascuno al suo, & habbino vn medesimo Denominatore. Il che come si debba fare, diremo in questo Capitolo. E prima, quando le minutie proposte non sono più di due, & dipoi quando saranno più.

In che modo due minutie si riduchino alla medesima Denominatione

PROPOSTE adunque due minutie, & habbino diuersi Denominatori, se li Denominatori si moltiplicaranno l'vno per l'altro, produrrassi il commune Denominatore, al quale le date minutie si hanno da ridurre. Ma il Numeratore di ciascheduna moltiplicato in croce per $\frac{2}{3} \bowtie \frac{3}{4}$. si riducono $\frac{8}{12}$ $\frac{9}{12}$. il Denominatore dell'altra, produrrà il Numeratore. Come in questo essempio, dal Denominatore 3. moltiplicato per il Denominatore 4. si fa il commune Denominatore 12. Dipoi dal Numeratore 2. della prima minutia moltiplicato per il Denominatore 4. della seconda si fa il Numeratore 8. E dal Numeratore 3. della seconda minutia moltiplicato per il Denominatore 3. della prima si fa il Numeratore 9. Adunque le due minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. si riducono à queste due $\frac{8}{12}$ $\frac{9}{12}$. che sono vguale à quelle, & hanno vn'istesso Denominatore commune, cioè 12. Percioche questa minutia $\frac{8}{12}$. essere vguale à questa $\frac{2}{3}$. è manifesto dalla propos. 17. & 18. del lib. 7. di Euclide, essendo, che l'vno, & l'altro numero di questa minutia $\frac{2}{3}$. moltiplicato per il medesimo numero 4. ouero moltiplicando il medesimo numero 4. cioè, il Denominatore della seconda minutia proposta $\frac{3}{4}$. hà prodotto l'vno, & altro numero di quella $\frac{8}{12}$. im-

pe-

peroche di quì auuiene, che il numeratore, & il Denominatore della minutia $\frac{8}{12}$ hanno la medesima proportione, che hanno il Numeratore, & Denominatore della minutia $\frac{2}{3}$. Onde saranno esse minutie vguali, come hauemo detto di sopra. Per la medesima ragione saranno vguali le minutie $\frac{9}{12}$. & $\frac{3}{4}$. perche l'vno, & l'altro numero di questa $\frac{3}{4}$. moltiplicato per il medesimo numero 3. ouero moltiplicando il medesimo numero 3. cioè il Denominatore della prima minutia data $\frac{2}{3}$. ha prodotto l'vno, e l'altro numero di quella $\frac{9}{12}$.

MA se si proporrano più di due minutie da ridursi ad vna medesima denominatione, si deue cercare prima vn numero numerato da tutti li Denominatori delle date minutie; di maniera, che contenga tutte le parti nominate da loro. Il qual numero numerato dalli Denominatori proposti, ouero da qual si voglia altri numeri dati, ritrouaremo in questo modo. Moltiplichinsi tutti li Denominatori tra di loro, cioè il primo per il secondo, & questo numero prodotto per il terzo, & questo numero prodotto per il quarto, & così di mano in mano, sino à tanto, che tutti siano moltiplicati. Perche l'vltimo numero prodotto sarà quello, che si cerca.

In che modo si ritroui vn numerato da quanti si voglia dati num.

Come proposte queste minutie $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{4}{5}$. se il primo Denominatore 2. si moltiplicarà nel secondo 3. & il numero prodotto 6. nel terzo 4. & il prodotto numero 24. nel quarto 5. si produrrà il numero 120. Il quale è numerato dalli Denominatori proposti, cioè, da 2.3.4.5.

Ma perche il numero ritrouato in questo modo, tal volta, anzi per il più, è tanto grande, che si può dara vn'altro minore di quello, che sia numerato da i medesimi proposti Denominatori, ritrouaremo il numero minimo numerato da quanti si voglia numeri, in questo modo. Prima ritrouaremo il minimo numero numerato dalli primi due numeri proposti con quest'arte. Li due primi numeri, ò hanno alcuna misura commune, oltra l'vnità, ò nò, (il che conoscerai, se il maggiore si diuiderà per il minore, e que-

Il modo di ritrouare in minimo numerato da quanti si voglia num. dati sto partitore per il resto della diuisione, e così di mano in mano, con vna scambieuole diuisione. Perche se ti occorrerà vn partitore, che non lasci niente, haueranno quelli due numeri vna misura commune, & esso partitore vltimo sarà la massima misura di quelli: ma se auuerrà, ch'alcuno partitore lasci vn' vnità, non haueranno misura commune veruna, e saranno tra di loro Primi, come di sopra nel Capitolo nono hauemo dichiarato.

Se quelli due numeri primi non hanno alcuna misura commune, sarà il num. prodotto dalla moltiplicatione dell' vno per l'altro il minimo da quelli numerato, talche non si possa dar altro minore: Ma se haueranno vna misura commune: ritrouato che hauerai la massima loro misura commune, come nel Capitolo nono insegnato hauemo, diuidasi l'vno, e l'altro per quella, e si pongono li Quotienti sotto quelli numeri. Perche se tù moltiplicarai il Quotiẽte del primo numero per il secondo numero, ouero il Quotiente del secondo numero per il primo num. produrrai il minimo num. numerato da quelli due. Doppo andaremo inuestigando nel medesimo modo il minimo numero numerato da quello, che già trouato habbiamo, e dal terzo numero proposto, cioè, ricercando, se il terzo numero proposto, e quello numero numerato dalli primi due hanno vna misura commune, ò nò, &c. Perche questo minimo ritrouato, sarà il minimo numerato dalli primi tre numeri proposti. Di nuouo conferiremo questo numero ritrouato con il quarto numero proposto, e nel medesimo modo inuestigaremo il minimo numero da loro numerato. Imperoche questo ritrouato sarà il minimo numerato dalli quattro dati. E così seguitaremo, fin che non auanzi niun numero, con il quale il ritrouato vltimamente possi essere comparato. La dimostratione di questa regola si caua dalla proposit. 36. & 38. del lib. 7. di Euclide.

Ma dichiariamo questo negotio nelle quattro prossime minutie date $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{4}{5}$. li Denominatori delle quali sono 2. 3. 4. 5. E primieramente, perche li due

pri-

primi numeri 2. e 3. non hanno altra misura com-
mune, che l'vnità, sarà però il numero 6. prodotto
dalla moltiplicatione di quelli, il minimo numerato
dal 2. e dal 3. Doppo, perche questo numero 6. ri-
trouato, & il terzo numero 4. hanno la massima loro
misura 2. diuideremo per quella tanto il numero 6.
quanto il 4. e li Quotienti 3. e 2. porre-
mo sotto essi, come tù qui vedi. Impero- 6. 4.
che se moltiplicaremo 6. per 2. ouero 4. 3. 2.
per 3. faremo il numero 12. ch'è il mini-
mo numerato dalli primi tre dati numeri 2. 3. 4. Fi-
nalmente perche questo numero 12. ritrouato, & il
quarto numero dato 5. non hanno misura commune,
se non l'vnità, moltiplicaremo 12. per 5. e produrre-
mo il num. 60. ch'è il minimo numerato da i quat-
tro Denominatori 2. 3. 4. 5. Di più deuisi trouare il
minimo num. numerato da 4. 6. 8. 12. 7. Primiera-
mente, perche li primi due 4. e 6. hanno la massima
misura commune 2. partiremo per quel-
la, tanto il 4. quanto il 6. e li Quotienti 4. 6.
2. e 3. porremo sotto essi, come quì tù 2. 3.
vedi, perche se moltiplicaremo 4. per 3.
ouero 6. per 2 faremo il numero 12. cioè il minimo
numerato da quelli due 4. e 6. Doppo, perche questo
numero 12. ritrouato, & il terzo numero dato 8. han-
no la massima misura commune 4. partiremo per
quella, tanto il 12. quanto l'8. e li Quotienti 3. e 2.
collocaremo sotto essi. Perche se moltiplicaremo 12.
per 2. ouero 8. per 3. si produrrà il numero 24. ch'è il
minimo numerato dalli primi tre
dati numeri 4. 6. & 8. Di nuouo, 12. 8.
perche questo numero ritrouato 3. 2.
24. & il quarto proposto 12. han-
no la massima misura commune 12. diuideremo per
quella, tanto il 24. quanto il 12. e
li Quotienti 2. & 1. porremo sot- 24. 12.
to essi. Perche se moltiplicaremo 2. 1.
24. per 1. ouero 12. per 2. produr-
remo il numero 24. ch'è il minimo numerato da i
quattro numeri dati 4. 6. 8. 12. Vltimamente, perche

questo numero 24. ritrouato, & l'vltimo numero dato 7. non hanno nit n' altra misura commune che l'vnità, moltiplicaremo quelli tra di loro, & faremo il numero 168. cioè, il minimo numero dalli dati numeri 4.6.8.12.7. Che se alcuno cercasse il numero nunerato dalli medesimi dati numeri 4.6.8.12.7. per la prima regola, cioè, moltiplicando essi tra di loro, ritrouarrebbe questo numero 16128. che è molto maggiore di questo numero minimo 168. ritrouato da noi.

In che modo più minutie, di due si riduchino à vna medesima denominatione.

Hora ritrouato il numero numerato da tutti li Denominatori delle minutie, che habbiamo da ridurre, ò che quello sia il minimo, non ridurremo le minutie date ad vna medesima Denominatione in questo modo. Il Denominatore commune è quel numero ritrouato, & dalli Denominatori numerato; il quale se noi diuideremo per il Denominatore di ciascuna minutia, & moltiplicaremo il quotiente per il Numeratore, produrremo il Numeratore, & si hà da scriuere sopra il commune Denominatore. Come in queste quattro vltime minutie $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{5}$. il numero numerato dalli Denominatori è 120. Questo adunque sarà il commune Denominatore; ilquale se diuideremo per il Denominatore 2. della prima minutia, faremo 60. & se questo numero moltiplicaremo per il Numeratore 1. della medesima minutia, produrremo pur 60. che sarà il Numeratore per la prima minutia. Dipoi se il medesimo numero 120. partiremo per il Denominatore 3. della seconda minutia, ne risultarà questo numero 40. il quale se moltiplicaremo per il Numeratore 2. della medesima minutia, faremo 80. che sarà il Numeratore per la seconda minutia, & così di tutte l'altre. Di sorte, che le date quattro minutie si ridurrano à queste quattro della medesima Denominatione $\frac{60}{120}$. $\frac{80}{120}$. $\frac{90}{120}$. $\frac{24}{120}$. Ma se pigliaremo il numero 60. che è il minimo numerato dalli medesimi Denominatori, per il commune Denominatore, ridurremo le medesime minutie à queste $\frac{30}{60}$ $\frac{40}{60}$ $\frac{45}{60}$ $\frac{12}{60}$.

Con questa medesima ratione si potranno ridurre ancora due minutia ad vna medesima denominatione, senza moltiplicarle in croce. Perche se si cercarà vn numero, ò minimo, ò nò, numerato dalli Denominatori, sarà quello il commune Denominatore, dal quale ritrouaransi li numeratori, come poco fa hauemo insegnato. Come proposte due minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{7}{12}$. il minimo numero numerato dalli Denominatori è 12. il quale se partiremo per il Denominatore 6. della prima minutia, & il Quotiente 2. moltiplicaremo per il Numeratore 5. della medesima minutia, faremo 10. per il Numeratore della prima minutia. Et se di nuouo il medesimo numero 12. partiremo per il Denominatore 12. del la seconda minutia, & il Quotiente 1. moltiplicaremo per il Numeratore 7. della medesima minutia, ritrouaremo 7. per il Numeratore della seconda minutia. Si che le due date minutie si ridurranno à queste $\frac{10}{12}$ $\frac{7}{12}$. Che se alcuno le medesime vorrà ridurre per la prima regola, ritrouarà queste minutie $\frac{60}{72}$. $\frac{42}{72}$. Dal che è manifesto, quanta differenza sia fra il minimo numero numerato dalli Denominatori delle minutie date, & non minimo. Perche per il minimo le date minutie si riducano alle minime minutie della medesima denominatione, che non si fa per l'altre regole.

ACCADE ancora alcuna volta, & il numeratore della minutia prodotta dal raccorre, moltiplicare, & partire sia maggiore al Denominatore, e percioche quella minutia sia maggiore, che 'l tutto, e l'intiero. Per la qual cosa quella si douerà ridurre ad intieri in questo modo. Diuidasi il Numeratore per il Denominatore, perche il Quotiente darà l'intieri, à i quali la data minutia è vguale. Et se auanzarà cosa alcuna nella diuisione, quello sarà il Numeratore, sotto il quale si douerà scriuere il medesimo Denominatore. Come questa minutia $\frac{60}{12}$. si ridurrà à 5. intieri. Ma questa $\frac{100}{7}$. si ridurrà à 14. $\frac{2}{7}$. Perche nella diuisione del Numeratore per il Denominatore auanzorno 2. e così quella minutia contiene 14. intieri, e di più due settime parti d'vn'intiero.

Vn' altro modo di ridurre due minutia ad vn medesimo Denominatore.

L'vnità delli minimi numeri numeranti dalli Denominatori delle date minutie.

In che modo si riduchi la minutia, della quale il Numeratore è maggiore del Denominatore, à l'intieri e

AN

In che modo si riduchino l'intieri à rotti.

ANCORA non di rado suol auuenire, che l'intieri s'habbino da ridurre à qualche rotto. Il che in questo modo si farà. Moltiplichinsi l'intieri proposti per il Denominatore della minutia, alla quale l'intieri s'hanno da ridurre. Perche il prodotto numero sarà il Numeratore, sotto il quale si douerà mettere il Denominatore della data minutia. Come se 7. intieri si deuono ridurre à quinte parti, moltiplicaremo 7. intieri per il Denominatore 5. della minutia proposta, e sotto il prodotto num. 35. scriueremo il medesimo Denominatore 5. e farassi questa minutia $\frac{35}{5}$. che è vguale à 7. intieri. Ma se à l'intieri sarà congionta qualche minutia, si douerà aggiongere il Numeratore di quella minutia al numero prodotto dalli intieri, moltiplicati per il Denominatore della minutia, per fare il Numeratore. Come se questo numero 8. $\frac{2}{5}$. si debba ridurre à quinte, acciò si facci vna sola minutia; moltiplicaremo 8. per il Denominatore 5. della minutia, & al numero prodotto 40. aggiongeremo il Numeratore 2. della medesima minutia, acciò habbiamo il Numeratore 42. di questa minutia $\frac{42}{5}$. che al numero proposto è vguale.

Le minutie delle minutie in che modo si riducano à semplici minutie.

VLTIMAMENTE quando in alcuna operatione occorrono minutie di minutie, s'haueranno da ridurre ad vna semplice minutia in questo modo Moltiplica li Numeratori tra di loro, cioè, il primo per il secondo, e questo prodotto per il terzo, & in oltre questo prodotto per il quarto, e così di mano in mano, se saranno più Numeratori. Perche l'vltimo numero prodotto darà il Numeratore della minutia semplice, la quale sarà vguale à quella minutia delle minutie. Ma il Denominatore sarà il num. prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro, se si moltiplicaranno, com'è stato detto delli Numeratori. Come questo rotto di rotti $\frac{3}{5}$. $\frac{4}{7}$. si ridurrà à questa semplice minutia $\frac{12}{35}$. Perche la moltiplicatione delli Numeratori fà 12. e delli Denominatori fà 35. Di modo, che tre quinte parti di quattro settime parti d'vn'intiero contengono $\frac{12}{35}$. del medesimo intiero. Così ancora questa minutia di minutie

nutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{2}$. ſi ridurranno à queſta ſemplice minutia $\frac{6}{144}$. che ridotta à minimi numeri ſarà $\frac{1}{24}$. come coſta per il capitolo precedente. Finalmente queſta minutia di minutie $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{5}$. ſi ridurrà à queſta ſemplice minutia $\frac{18}{60}$. che ridotta à minimi numeri ſarà $\frac{3}{10}$.

Ma che queſta ſia così, in queſto modo lo dichiareremo. Poniamo queſt' vltima minutia di minutie $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{5}$. la quale fù ridotta à queſta ſemplice $\frac{3}{10}$. eſſere preſa da vn ſcudo. E neceſſario adunque, ſe la regola detta è vera, che ella contenga tre giulij, che ſono $\frac{3}{10}$. di vn ſcudo, eſſendo che ogni giulio ſia $\frac{1}{10}$. di vn ſcudo. Ilche ogn'vno facilmente potrà conoſcere eſſer vero. Perche $\frac{3}{5}$. di vn ſcudo contengono 6. giulij, poiche due giulij ſono $\frac{1}{5}$. di vn ſcudo. Ma $\frac{2}{3}$. di 6. giulij ſono 4. giulij, e $\frac{3}{4}$. di 4. giulij ſono 3. giulij. Per la medeſima ragione queſta minutia di minutie $\frac{1}{3}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{1}{3}$. eſſer ben ridotta à queſta $\frac{2}{45}$. moſtraremo in queſto numero 45 così. Perche $\frac{1}{3}$. di queſto numero 45. contiene 15. vnità, dalle quali ſe ſi pigliaranno $\frac{2}{5}$. ſi prenderanno 6. vnità, dalle quali ſe vltimamente ſi pigliarà $\frac{1}{3}$. ſe prenderanno 2. vnità, che fanno $\frac{2}{45}$. del detto numero 45. Non altrimente ſi potranno gli altri eſſempij dichiarare, e prouare.

DEL MODO DI RACCORRE I NVMERI rotti. Cap. XI.

SE le minutie da raccorſi haueranno vn medeſimo Denominatore, ſi doueranno raccorre i Numeratori, e ſotto la ſomma raccolta ſcriuere il medeſimo Denominatore. Ma ſe le minutie haueranno diuerſi Denominatori, s'haueranno prima da ridurre ad vn medeſimo Denominatore, & all'hora nel medeſimo modo fare la ſomma, ò raccolta. Come dire la ſomma raccolta di queſte 3. minutie $\frac{2}{13}$. $\frac{4}{13}$. $\frac{6}{13}$. è queſta $\frac{12}{13}$. Perche hanno vn medeſimo Denominatore, e dalli Numeratori è ſtata raccolta la ſomma 12. Sicome da 2. ſcudi 4. ſcudi, e 6. ſcudi ſi fanno 12. ſcu- *La raccolta delle minutie in che modo ſi faccia.*

di

di. Così ancora da queste minutie $\frac{3}{10}$. $\frac{7}{10}$. si raccoglie questa somma $\frac{10}{10}$ che tanto vale, quanto vn'intiero. Così ancora da queste minutie $\frac{4}{7}$. $\frac{3}{7}$. $\frac{5}{7}$. $\frac{6}{7}$. si raccorrà questa somma $\frac{18}{7}$. che ridotta all'intier fà 2. $\frac{4}{7}$. Ma accioche queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. si raccolgano in vna somma, si doueranno prima ridurre ad vn medesimo Denominatore, cioè, à queste minutie $\frac{8}{12}$. $\frac{9}{12}$. dalle quali raccolte in vna somma si faranno $\frac{17}{12}$. cioè 1. $\frac{5}{12}$. Et questa è la somma delle due minutie proposte. Si come da 2. scudi, & 3. giulij, se li 2. scudi si ridurrano à 20. giulij, si faranno 23. giulij. Così ancora queste minutie $\frac{6}{7}$. $\frac{12}{13}$. $\frac{10}{11}$. $\frac{4}{5}$. acciò in vna somma si raccolgano, si doueranno prima ridurre à queste d'vna medesima denominatione, $\frac{4290}{5005}$. $\frac{4620}{5005}$. $\frac{4550}{5005}$ $\frac{4004}{5005}$. dalle quali si fa questa somma $\frac{17464}{5005}$. cioè 3. $\frac{2464}{5005}$.

Quādo vi sono dell'intieri, che cosa si habbia à fare.

Se ci saranno intieri insieme con rotti, s'haueranno da raccorre l'intieri da parte, & le minutie similmente da parte. Essempio. Da 8. & $\frac{2}{5}$. si fa 8. $\frac{2}{3}$. Così da 8. & 4. $\frac{2}{3}$. si fa 12. $\frac{2}{3}$. Così da 8. $\frac{2}{7}$. & 4. $\frac{6}{7}$. si fa 12. $\frac{8}{7}$. cioè 13. $\frac{1}{7}$. Così da 8. $\frac{2}{3}$. & 4. $\frac{3}{4}$. si farà 12. $\frac{17}{12}$. cioè 13. $\frac{5}{12}$.

Pratica di raccorre tra di loro le minutie di diuerse denominationi.

Di modo, che per raccorre due minutie di diuerse denominationi in vna somma, si hanno da moltiplicare quelle in croce, & racorre i numeri prodotti per fare il Numeratore della minutia, che s'hà da produrre. Dipoi si hanno da moltiplicare li Denominatori tra di loro, acciò si habbia il Denominatore della medema minutia. Perche così si riducono quelle due minutie ad vna medesima denominatione, come dal precedente capitolo è manifesto, & li Numeratori si raccolgono insieme. Come douendosi raccore queste due minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. moltiplicaremo tanto il Numeratore 2. della prima per il Denominatore 4. della seconda, quanto il Numeratore 3. della seconda per il Denominatore 3. della prima, & li numeri prodotti 8. & 9. racorremo in vna somma, acciò si facci il Numeratore 17. Doppo il numero prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra

di

di loro, cioè 12. faremo Denominatore. Sarà dunque la minutia raccolta $\frac{17}{12}$. Ma se saranno più minutie da raccorre che due, raccorremo prima le prime due, come hauemo detto: Dipoi la minutia raccolta con la terza minutia nel medesimo modo, & questa prodotta con la quarta, & così di mano in mano. Come se si haueranno d'aggiongere insieme queste minutie $\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{4}{5}\frac{5}{7}$. raccorremo prima dalle prime due questa $\frac{17}{12}$. Doppo da questa, & dalla terza faremo nel medesimo modo $\frac{133}{60}$. Finalmente da questa, & dalla quarta faremo $\frac{1231}{420}$. cioè 2. $\frac{391}{420}$. che è la somma di tutte.

La proua del raccorre si fa per la sottrattione. Peroche sottraendo dalla somma raccolta vna delle due minutie, che si sommano insieme, rimarrà l'altra, se però non si haurà fatto errore nel sommare. Ma se saranno più minutie da raccorre, sottraendo vna di quelle dalla somma, restarà vna minutia vguale all'altre tutte insieme. Essempio. Perche queste minutie $\frac{3}{4}$. $\frac{5}{12}$. raccolte fanno $\frac{56}{48}$. cioè 1. $\frac{8}{48}$. se da questa somma si sottrarrà la prima minutia, cioè $\frac{3}{4}$. come nel seguente Capitolo insegnaremo, rimarrà questa minutia $\frac{80}{192}$. che è vguale all'altra minutia $\frac{5}{12}$. come è manifesto, se si ridurrà à minimi termini, ouero se si moltiplicaranno in croce li Numeratori per li Denominatori. Imperoche si produrrà vn medesimo numero tanto dall'80. nel 12. quanto dal 5. nel 192. cioè il numero 690. Donde seguita, che queste minutie $\frac{80}{192}$ $\frac{5}{12}$. sono vguali, come sopra nel Capitolo 7. detto habbiamo.

La proua del raccore delle minutie.

DEL MODO DI SOTTRARE *li numeri rotti. Cap. XII.*

SE le due minutie, la minore delle quali s'hà da sottrarre dalla maggiore, haueranno medesimo Denominatore, se dourà sottrarre il Numeratore dell'vna dal Numeratore delll'altra, & sotto il residuo scriuere il medesimo Denominatore. Ma se haueranno diuersi Denominatori, si haueranno prima da ridurre

ad

ad vn medeſimo Denominatore, & all'hora nel medeſimo modo far la ſottrattione. Come ſe ſi hà da ſottrarre queſta minutia $\frac{5}{17}$. da queſta $\frac{8}{17}$. ſottrarremo il Numeratore 5. dal Numeratore 8. & il reſto 3. porremo ſopra il medeſimo Denominatore 17. acciò ſi faccia la reſtante minutia $\frac{3}{17}$. Come ſe 5. ſcudi ſi cauaſſero da 8. ſcudi, rimarrano ſcudi 3. Ma ſe ſi hà da ſottrarre queſta minutia $\frac{2}{3}$. da queſta $\frac{8}{9}$. ſi doueranno prima ridurre tutte due à queſte $\frac{18}{27}$. $\frac{24}{27}$. della medeſima denominatione. Doppo ſottrarre il Numeratore 18. dal Numeratore 24. & il reſto 6. porre ſopra il commune Denominatore 27. acciò ſi facci la minutia $\frac{6}{27}$. che reſta. Come douendoſi cauare 2. giulij da 8. ſcudi, ſi doueranno prima ridurre li 8. ſcudi à 80. giulij, acciò rimanghino 78. giulij.

Quando vi ſono intieri, che ſi habbia da fare.

Se dall'intieri ſi dourà cauare qualche num. rotto, s'haurà da ridurre vn' vnità dell'intieri à rotti della medeſima denominatione, acciò ſi faccia vna minutia, il Numeratore della quale ſia vguale al Denominatore: e da quella ſi hà da ſottrarre la minutia propoſta; Come douendoſi cauare da 10. queſta minutia $\frac{6}{11}$. faremo d'vn'vnità $\frac{11}{11}$. da quali ſe cauaremo $\frac{6}{11}$. rimarranno 9. $\frac{5}{11}$. Imperoche all'intieri mancarà quell'vnità, ch'è ſtata ridotta alla minutia.

Ma ſe dall'intieri ſi doueranno cauar l'intieri, e di più alcun rotto, ſi dourà ridurre ſimilmente vn' vnità di quell'intieri alla minutia della medeſima Denominatione. Dipoi cauare l'intieri da gl'altri intieri, & il rotto dall'altro rotto. Come ſe queſto numero 4. $\frac{3}{5}$. ſi habbia da ſottrarre da 10. faremo d'vn'vnità del numero 10. queſta minutia $\frac{5}{5}$. dalla quale ſe leuaremo $\frac{3}{5}$. rimarranno $\frac{2}{5}$. e ſe ſi leuaranno 4. dal reſto 9. rimarranno 5. ſiche tutto il numero che auanza, ſarà 5. $\frac{2}{5}$.

VLTIMAMENTE ſe dall'intieri inſieme con rotti ſi doueranno ſottrarre intieri, e rotti, ouero rotti ſoli, ſe il rotto, che ſi hà da cauare, è minor di quello, dal qual ſi caua, ò à quello vguale, s'hauerà da ſottrarre il rotto dal rotto, e l'intieri dall'intieri: Ma ſe il rotto, che ſi deue ſottrarre, ſarà maggior di

quel-

quello, dal quale si fà la sottrattione, s'hauerà da ridurre vn' vnità d'intieri, dalli quali si deue fare la sottrattione al rotto, che gli stà congionto, &c. Come se questo numero 6. $\frac{3}{4}$. si dourà sottrarre da questo 10. $\frac{1}{2}$. perche la minutia $\frac{2}{4}$. è maggiore, che $\frac{1}{2}$. faremo di vna vnità del numero sano 10. questa minutia $\frac{2}{2}$. la quale con $\frac{1}{2}$. farà $\frac{3}{2}$. dalla quale minutia se si leuarà la minutia $\frac{2}{4}$. restarà la minutia $\frac{6}{8}$. Leuati ancora 6. dal 9. rimarrà 3. Sarà adunque tutto il numero, che resta 3. $\frac{6}{8}$.

CHE se alle volte si douerà sottrarre vna minutia da più minutie, ò più da vna, ò più da più s'hauerà da auuertire di raccorre prima in vna somma quelle più, tanto quelle, che si sottraggono, quanto quelle, dalle quali si dourà fare la sottrattione.

Quando vi sono più minutie, che si habbia à fare.

DI modo, che per sottrarre vna minutia dall'altra, quando li Denominatori sono diuersi, s'hanno da moltiplicare li Numeratori in croce per li Denominatori, & vn prodotto sottrarre dall'altro, e sotto à quello che resta, mettere il numero prodotto dalla moltiplicatione dei i Denominatori tra di loro. Perche in questo modo le due minutie proposte si riducono ad vna medesima denominatione, &c. Come per essempio, douendosi sottrarre la minutia $\frac{3}{4}$. dalla minutia $\frac{7}{9}$. moltiplicaremo il Numeratore 3. dalla minutia, che si caua, per il Denominatore 9. dall'altra, & il prodotto 27. cauaremo dal numero 28. prodotto dalla moltiplicatione del Numeratore 7. della minutia, dalla quale si fà la sottrattione, per il Denominatore 4. dell' altra, e sotto l'vnità rimasta porremo il numero 36. prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro, acciò si facci la minutia che resta $\frac{1}{36}$.

Prattica di sottrare vna minutia da vn' altra.

LA proua della sottrattione si fà per il raccorre. Perche se la minutia rimasta si aggiũgerà alla minutia sottratta, si rifarà quella minutia, della qual'è stata fatta la sottrattione, se non si è fatto errore. Come dire, perche sottraendo questa minutia $\frac{3}{4}$. da questa $\frac{7}{9}$. rimane questa minutia $\frac{1}{36}$. come nel prossimo essempio è stato chiaro, se si aggiongerà $\frac{1}{36}$. à $\frac{3}{4}$. si farà

La proua del sottrare delle minutie.

farà questa minutia $\frac{1}{1}\,\frac{1}{4}\,\frac{2}{4}$. che ridotta à minimi termini, farà questa $\frac{7}{9}$. dalla quale è stata fatta la sottrattione. Così ancora, perche sottraendo questa minutia $\frac{2}{7}$. da questa $\frac{6}{8}$. rimane questa minutia $\frac{-}{2}\,\frac{2}{4}$. la quale se si aggiongerà à $\frac{2}{7}$. si farà questa minutia $\frac{5}{7}$. $\frac{4}{2}$. che è vguale alla minutia $\frac{6}{8}$. dalla quale è stata fatta la sottrattione, come è manifesto, se l'vna, & l'altra si ridurrà à minimi termini: Perche semper si ritrouarà questa minutia $\frac{3}{4}$. Ouero se li Numeratori di quelle si moltiplicaranno in croce per li Denominatori: Perche sempre produrrano vn medesimo numero, cioè 432.

DEL MODO DI MOLTIPLICARE i numeri rotti. Cap. XIII.

La moltiplicatione delle minutie in che modo si faccia.

SE si moltiplicaranno tra di loro li Numeratori, si produrrà il Numeratore delle moltiplicatione, ma dalla moltiplicatione de i Numeratori, si farà il Denominatore della medesima. Come dalla moltiplicatione di $\frac{2}{3}$. per $\frac{3}{4}$. si farà $\frac{-}{1}.\frac{6}{2}$. cioè $\frac{1}{2}$. Perche li Numeratori moltiplicati tra di loro fanno 6. & li Denominatori 12.

Quando vi sono intieri, che si debba fare.

QVANDO vna minutia si douerà moltiplicare per vn numero intiero, s'hauerà da porre sotto il numero intiero vn'vnità; acciò de esso si facci quasi vn certo rotto denominato dall'vnità. Doppo s'osseruerà la regola che poco fa hauemo data. Come se si haueranno da moltiplicare 8. per $\frac{4}{5}$. scriueremo 1. sotto l'8. come tù vedi nel proposto essempio. Adunque se si moltiplicaranno tra di loro tanto li Numeratori, quanto li Denominatori, si produrrà questa minutia $\frac{3}{-}\,\frac{2}{5}$. che val tanto, quanto 6. $\frac{2}{5}$.

$\frac{8}{1}.\frac{4}{5}.$

Ma quando al numero intiero è congionta qualche minutia, s'hauerà da ridurre il numero intiero à quella minutia, acciò da esso, & dalla minutia attaccata si facci vn rotto. Come douendosi moltiplicare 8. per 3. $\frac{5}{6}$. faremo 3 $\frac{5}{6}$. la minutia $\frac{2}{-}\,\frac{3}{6}$ &, sotto il num. 8.

$\frac{8}{1}.$

met-

metteremo 1. come tù vedi esser stato fatto quì. Se adunque si moltiplicaranno tra di loro tanto li Numeratori, quanto li Denominatori, si produrrà questa minutia $\frac{184}{6}$. equiualente à questo numero 30. $\frac{4}{6}$. Di più se si douranno moltiplicare 4. $\frac{2}{3}$. per $\frac{1}{2}$. ridurremo 4. $\frac{2}{3}$. à $\frac{14}{3}$. come quì tù vedi.

E si produrrà dalla moltiplicatione $\frac{1}{2}\ \frac{14}{3}$.
questa minutia $\frac{14}{6}$. cioè 2. $\frac{2}{6}$ Nel medesimo modo, se si doueranno moltiplicare 4. $\frac{1}{2}$. per 3. $\frac{1}{5}$. ridurremo il numero primo. à $\frac{9}{2}$. e il secondo à $\frac{16}{5}$. come tù vedi nell'essempio quì posto. $\frac{9}{2}\ \frac{16}{5}$. Moltiplicando adunque tra di loro tanto li Numeratori, quanto li Denominatori, si produrrà questa minutia $\frac{144}{10}$. cioè 14. $\frac{4}{10}$.

La proua della moltiplicatione si fa per la diuisione. Perche se si diuiderà la minutia prodotta per vna delle due, che sono moltiplicate, necessariamẽte verrà nel Quotiente l'altra minutia moltiplicata. Come se dalla moltiplicatione di $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. si fà $\frac{4}{14}$. è necessario, che partendo $\frac{4}{14}$. per $\frac{1}{2}$. si produca $\frac{4}{7}$. ma partendo la medesima minutia $\frac{4}{14}$. per $\frac{4}{7}$. si facci $\frac{1}{2}$. Ma perche partendo $\frac{4}{14}$. per $\frac{1}{2}$. si produca $\frac{8}{14}$. la qual minutia è vguale à questa $\frac{4}{7}$. e diuidendo il medesimo rotto $\frac{4}{14}$. per $\frac{4}{7}$. si produca $\frac{28}{56}$. cioè $\frac{1}{2}$. sarà manifesto dal seguente capitolo.

La proua della moltiplicatione delle minutie, come si faccia.

Ne deue fare marauiglia ad alcuno che la moltiplicatione delle minutie produchi sempre vna minutia minore dell'vna, & l'altra minutia, che moltiplica, come nell'vltimo essempio, che hauemo dato nella proua, è manifesto, doue dalla moltiplicatione di $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. è prodotta la minutia $\frac{4}{14}$. cioè $\frac{2}{7}$. la quale è minore dell'vna, e l'altra minutia, che moltiplica. Percioche se si considera bene la natura della moltiplicatione, facilmente conoscerà ogn'vno, questo necessariamente così douer essere. Perche essendo, che all'hora vn numero si dica esser moltiplicato per vn'altro, quando vno d'essi si piglia tante volte, quante volte l'altro contiene l'vnità, come nel cap. 4. hauemo detto, e cosa chiara, che nè l'vna, nè

Perche nella moltiplicatione delle minutie si produchi vna minutia minore dell'vna, e l'altra, che moltiplica, l'altra minutia, cha moltiplica, si può pipliare tutta nel numero prodotto: ma solamente certi fragmenti di essa, cioè, fragmenti del vnità, quali ci vengono significati per l'altra minutia, che moltiplica, poiche questa minutia è minore dell'vnità; imperoche di più è, che si come la minutia, che moltiplica, non contiene l'vnità intiera, così ne anco il numero prodotto conterrà tutta l'altra minutia, che moltiplica. Come nel prossimo essempio, si come $\frac{1}{2}$. è la meza parte dell'vnità, così ancora il numero prodotto $\frac{4}{14}$. cioè $\frac{2}{7}$. è la mezza parte di questa minutia $\frac{4}{7}$. come ricerca la definitione della moltiplicatione. Bene adunque dalla moltiplicatione di $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. si produce questa minutia $\frac{4}{14}$. cioè $\frac{2}{7}$. Questo ancora sarà più chiaro dal commune modo di parlare Italiano. Imperoche, si come quando si moltiplica 3. per 6. intendiamo, che si hà da pigliare 3. sei volte, ouero il 6. tre volte, cioè 18. così ancora, quando si moltiplica $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. vogliamo dire, che si deui pigliare $\frac{4}{7}$. vna meza volta, ouero, che si hà da pigliare la metà di $\frac{4}{7}$. ouero $\frac{4}{7}$. di $\frac{1}{2}$. cioè, solamente $\frac{2}{7}$. Essendo chiaro, che la metà di $\frac{4}{7}$. fa $\frac{2}{7}$. & $\frac{4}{7}$. di $\frac{1}{2}$. fanno $\frac{2}{7}$. ouero $\frac{4}{14}$. poiche $\frac{1}{7}$. di $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{14}$. è come costa dalla riduttione di queste minutie di minutie $\frac{4}{7}$. $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{7}$. $\frac{1}{2}$. Imperoche per il cap. 10. la prima si ridurrà à questa semplici $\frac{4}{14}$. è la seconda à questa $\frac{1}{14}$. Così ancora dalla moltiplicatione di 9. per $\frac{1}{3}$. si produce questa minutia $\frac{9}{3}$. cioè questo numero 3. che è minore di 9. Perche si come $\frac{1}{3}$. è la terza parte dell'vnità, così il numero 3. è la terza parte del numero 9. Ouero, si come il numero prodotto 3. contiene $\frac{1}{7}$. noue volte, così il numero 9. contiene noue vnità. Non è adunque marauiglia, che si produca minor numero dell'vna, è dell'altra minutia moltiplicante, quando ciascuna di esse è minore, che l'vnità. Imperoche quando si moltiplica vn numero intiero per vn rotto, si produce ben sempre vn numero minore, che l'intiero moltiplicato; ma maggiore, che la minutia moltiplicante, si come nel prossimo essempio s'è visto. Così ancora, se l'intieri per l'intieri ri insieme con rotti, ouero l'intieri insieme con rotti per l'intieri insieme con rotti si moltiplicaranno, sempre si produrrà maggior numero dell'vno, è dell'altro numero moltiplicante, per amor del numero intiero, che moltiplica l'intieri. Come dire dalla moltiplicatione di 4. per 3. $\frac{1}{4}$. si farà il numero $13\frac{0}{4}$. cioè 13. Perche il numero 4. pigliato tre volte fa 12. è la quarta parte di esse è 1. ouero, perche il numero 3. pigliato quattro volte fa 12. è la minutia $\frac{1}{4}$. pigliata quattro volte $\frac{4}{4}$. cioè 1.

DEL MODO DI DIVIDERE *i numeri rotti. Cap. XIV.*

PER più facilità, la regola della diuisione si potrà ridurre alla regola della moltiplicatione, in questo modo. Si cambino tra di loro li termini, ò numeri della minutia, che è partitore, cioè, il Numeratore si scriua sotto la lineeta, & il Denominatore di sopra. Perche fatto questo, se la regola data della moltiplicatione nel capitolo precedente si osseruarà cioè se tanto li Numeratori tra se, quanto li Denominatori tra di loro si moltiplicaranno, si produrrà il numero Quotiente Come douendosi diuidere questa minutia $\frac{1}{2}$. per $\frac{1}{6}$. starà l'essempio, come quì vedi. Moltiplicando adunque tanto li numeratori, quanto li Denominatori tra di loro, si produrrà questa minutia $\frac{6}{2}$. cioè il numero 3. che è il Quotiente. Così ancora se si douerà diuidere la minutia $\frac{2}{3}$. per $\frac{3}{7}$. starà l'essempio, come quì vedi. Et il Quotiente sarà $1\frac{5}{9}$ ~~$\frac{4}{5}$~~. *Come si facci la diuisione delle minutie*

$\frac{1}{2}\ \frac{6}{1}$.

$\frac{2}{3}.\ \frac{7}{3}$.

Quando vn numero intiero si hà da diuidere per vna minutia, ò per vn numero intiero con rotti. Ouero vna minutia per vn numero intiero, ò per vn numero intiero con rotti: Ouero finalmente vn numero intiero con rotti per rotti; ò per vn numero intiero, ò per vn numero intiero con rotti; si douerà porre sotto il numero intiero vn'vnità, se il numero intiero sarà solo senza rotto: Ma se il nume- *Quando visono del l'intieri, che si habbia à fare* ro sarà intiero con rotto, si douerà ridurre quel numero intiero alla minutia, che gli stà attacata, acciò si faccia vna totale minutia, come nel capitolo precedente hauemo detto. Doppo si hà da osseruare la regola già detta. Come nelle seguenti Diuisioni staranno gli essempij, insieme con li quotienti loro, come quì vedi.

	Così staranno gl'essempij.	li Quotienti.
6. per $\frac{2}{3}$.	$\frac{6}{1}$. $\frac{3}{2}$.	$\frac{18}{2}$. ouero 9.
6. per 4. $\frac{2}{3}$.	$\frac{6}{1}$. $\frac{3}{14}$.	$\frac{18}{14}$. ouero 1. $\frac{2}{7}$.
$\frac{2}{3}$. per 6.	$\frac{2}{3}$. $\frac{1}{6}$.	$\frac{2}{18}$. ouero $\frac{1}{9}$.
$\frac{2}{3}$. per 6. $\frac{1}{2}$.	$\frac{2}{3}$. $\frac{2}{13}$.	$\frac{4}{39}$. $\frac{12}{13}$.
6. $\frac{1}{2}$. per $\frac{3}{4}$.	$\frac{13}{2}$. $\frac{4}{3}$.	$\frac{52}{6}$. ouero 8. $\frac{2}{3}$.
6. $\frac{1}{2}$. per 3.	$\frac{13}{2}$. $\frac{1}{3}$.	$\frac{13}{6}$. ouero 2. $\frac{1}{6}$.
6. $\frac{1}{2}$. per 3. $\frac{4}{5}$.	$\frac{13}{2}$. $\frac{5}{19}$.	$\frac{65}{38}$. ouero 1. $\frac{27}{38}$.

In che modo gl' altri insegnino di diuidere le minutie.

ALCVNI danno questa regola della Diuisione delle minutie. Il Numeratore della minutia, che si hà da partire, (posta l'vnità sotto gl'intieri, se vi sono, e ridotti gl'intieri alla minutia, che gli è à lato, se ci è) si moltiplichi per il Denominatore della minutia, per la quale si diuide. Perche in questo modo si produrrà il Numeratore della minutia Quotiēte. Ma il Denominatore si produrrà dalla moltiplicatione del Denominatore della minutia, che si hà da partire, per il Numeratore della minutia, per la quale si diuide. Il che in vero è il medesimo, come si cambiassero tra di loro i termini, ò numeri del partitore, e si seruasse la regola della moltiplicatione, come è manifesto. Ma perche alcuno potrebbe stare alle volte in dubbio, se il Numeratore della minutia, che si diuide, ouero di quella, per la quale si diuide, produca il Numeratore della minutia Quotiente, (perche facilmente questa cosa potrebbe vscire di memoria) più mi piace la prima regola da noi data, nella quale la regola della Diuisione si riduce alla regola della moltiplicatione.

La proua della Diuisione delle minutie.

La proua della Diuisione si fa per la moltiplicatione. Perche se si moltiplicarà la minutia Quotiente per la minutia, per la quale si diuide, si produrrà necessariamente la minutia diuisa. Essempio. Perche dalla Diuisione di $\frac{4}{5}$. per $\frac{1}{2}$. si produce la minutia $\frac{8}{5}$. cioè $1.\frac{3}{5}$. seguita, che dalla moltiplicatione di $1.\frac{3}{5}$. per $\frac{1}{2}$. si producħi la minutia diuisa $\frac{4}{5}$. Il che è verissimo. Imperoche si produce da questa moltiplicatione la minutia $\frac{8}{10}$. che è vguale à questa $\frac{4}{5}$. come è manifesto.

Perche spesse volte nella diuisione delle minutie, il Quotiente sia maggiore, della minutia diuisa.

Ma che nella Diuisione delle minutie spesse volte si produca vn Quotiente maggiore, che la minutia, che si diuide, come nella diuisione di $\frac{6}{7}$. per $\frac{2}{7}$. è manifesto, nella quale il Quotiente è $\frac{42}{14}$. cioè 3. non deue far marauiglia ad alcuno. Perche essendo, che il numero Quotiente significhi, quante volte il partitore si contenga nel numero, che si diuide, chiara cosa è, quando la minutia, per la quale si diuide, è minore, della minutia, che si diuide, che quella in questa viene ad essere contenuta più d'vna volta, e però che 'l Quotiente habbia ad essere maggiore, che 1. ancorche la minutia, che si diuide, sia minor che 1. Come nel prossimo essempio: perche la minutia $\frac{2}{7}$. per la quale si diuide, si contiene nella minutia $\frac{6}{7}$. che diuide, tre volte, auuiene, che'l Quotiente sia 3. acciò mostri, quella in questa essere contenuta tre volte. Il medesimo ancora dalla definitione della Diuisione chiaramente apparisce. Perche conciosia che la Diuisione sia vn ritrouamento di vn numero, che tante volte contēghi l'vnità, quante volte il numero, che si diuide, contiene in se il partitore, come nel cap. 5. haueino detto, è chiaro, che nella prossima Diuisione il Quotiente debba essere 3. cioè, che contenghi tre volte l'vnità, si come ancora la minutia $\frac{6}{7}$. che si diuide, contiene la minutia $\frac{2}{7}$. per la quale si diuide, tre volte, Adunque non è marauiglia, che nella Diui-

Quando il Quotiente sia maggiore, del num. che si diuide, nella Diuisione delle minutie.

sione delle minutie sempre si produca vn Quotiente maggiore del numero, che si diuide, quando il partitore è minore, d'1. e minore anco, della minutia, che si diuide, come nel dato essempio è stato chiaro. Et il medesimo nella Diuisione di 6. per $\frac{1}{2}$. apparisce, doue il Quotiente è 12. perche la minutia $\frac{1}{2}$. per laquale si diuide, è contenuta 12. volte nel numero 6. che si diuide.

La qual cosa però più generalmente dimostraremo, ogni volta, che'l partitore è minore, dell'vnità, ancorche non sia minore, del numero, che si diuide, in questo modo. Essendo la Diuisione vn ritrouamento d'vn numero, che tante volte contenga l'vnità, quante volte il numero, che si diuide, contiene in se il partitore, sarà necessariamente tal proportione del Quotiente all'vnità, qual'è del numero, & si diuide, al partitore, & per la proportione permutata, tal proportione del Quotiente al numero, che si diuide, quale è dell'vnità al partitore. Essendo adunque l'vnità maggiore, del partitore, per la suppositione, sarà ancora il Quotiente maggiore, del numero, che si diuide.

Nondimeno quando il partitore è maggiore, d'1. sempre il Quotiente sarà minore del numero, che si diuide. Essempio. Diuidendosi $\frac{8}{9}$. per 1. $\frac{1}{2}$. il Quotiente è $\frac{16}{27}$. Et 6. $\frac{1}{2}$. per 1. $\frac{2}{3}$. il Quotiente è $\frac{39}{10}$. cioè 3. $\frac{9}{10}$. E partendosi 100. $\frac{1}{2}$. per 10. $\frac{3}{4}$. il Quotiente è $\frac{804}{86}$. cioè 9. $\frac{30}{86}$. ouero 9. $\frac{15}{42}$. Di più partendosi 3. $\frac{1}{5}$. per 1. $\frac{1}{2}$. il Quotiente è $\frac{32}{15}$. cioè 2. $\frac{2}{15}$. doue tu vedi, il Quotiente sempre esser minore del numero, che si diuide.

Quando il Quotiente sia minore nelle minutie, del num. che si diuide,

La ragione è, perche essendo la Diuisione vn ritrouamento d'vn numero, che tante volte contenga l'vnità, quante volte il numero, che si diuide, contiene in se il partitore; sarà necessariamente tal proportione del Quotiente all'vnità, quale è del numero, che si diuide, al partitore; e per la proportione permutata, tal proportiente del Quotiente al numero, che si diuide, qual'è dell'vnità al partitore. Essendo adunque l'vnità minore del partitore, per la suppositione, ne, sarà ancora il Quotiente minore del numero, che si diuide.

ANNOTATIONE.

Tutto questo della linea, che conmincia (.La qual cosa però &c.) *fin quì, l'Autore l'hà mutato così, imperoche nell'essemplare Latino non stà in questo modo; Et egli vorrebbe, che così si leggesse nel Latino, come stà quì nel volgare; Essendo la cosa assai più chiara quì, che lì, & più vniuersale.*

DEL MODO DI INESTARE I NVMERI rotti. Cap. XV.

SOGLIONO alcuni Arimetici vsare vna certa operatione nelle minutie, che chiamano inestamento (alcuni la chiamano infilzamento.) Il quale inestamento non è altro, che, essendo proposte due, ouero più minutie, delle quali ciascheduna sia vn rotto, ò di vna sola particola di tutte seguenti minutie per ordine, ouero vn rotto di tutte le seguenti minutie intiere per ordine, vn'aggiongere tutte le proposte minutie di questa sorte, all'vltima minutia, rispetto della quale si pigliano tutti quelli rotti di rotti: Di maniera, che in vn certo modo s'inestino, ò s'inferischino, & s'infilzino le precedenti minutie alle seguenti. Donde quest'operatione hà preso il nome di inestamento, come nelli essempij sarà chiaro. Come dire, se saranno proposte queste due minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. di modo, che la prima sia vn rotto di vna sola particella dell'vltima, ouero vn rotto di tutta l'vltima: cioè, di modo, che la prima contenga ò due terze parti di vna quarta parte, ouere due terzi parti di tre quarte parti: l'operatione, con la quale aggiongiamo $\frac{2}{3}$. di vn quarto, ouero $\frac{2}{4}$. di tre quarti à $\frac{3}{4}$. si chiama inestamento. Nel medesimo modo, se saranno proposte queste quattro minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$. si che ciascheduna sia vn rotto, ò d'vna sola particola di tutte le seguenti, ouero vn rotto di tuttte quante le seguenti intieri,

Che cosa sia l' inestamento delle minutie.

cioè, che la prima contenga ò due terzi di vn quarto di vn quinto di vn settimo; & la seconda significhi tre quarti di vn quinto di vn settimo; e la terza comprenda due quinti di vn settimo; ouero, che la prima contenga due terzi di tre quarti di due quinti di quattro settimi; e la seconda comprenda tre quarti di due quinti di quattro settimi; e la terza significhi due quinti di quattro settimi; l'operatione, con la quale si aggiongono tutti questi rotti di rotti, cioè $\frac{2}{3}$. di vn quarto di vn quinto di vn settimo; e $\frac{3}{4}$. di vn quinto di vn settimo, e $\frac{2}{5}$. di vn settimo; ouero $\frac{2}{3}$. di tre quarti di due quinti di quattro settimi; e $\frac{3}{4}$. di due quinti di quattro settimi, e $\frac{2}{5}$. di quattro settimi à $\frac{4}{7}$. si chiama inestamento, e così dell'altre.

E adunque l'inestamento di due sorti; l'vna, quando ciascheduna minutia è vn rotto d'vna sola particola di tutte le seguenti minutie per ordine; l'altra, quando ciascheduna minutia è vn rotto di tutte l'intiere minutie seguenti per ordine, si come nelli essempij è stato manifesto. Essendo questo così, tutti gl'Aritmetici hanno parlato solamente del primo inestamento, senza farne mentione alcuna del secondo, forse per questa causa; perche il primo è molto vtile à diuidere qual si volia numero intiero, insieme con alcun rotto, per vn numero intiero, si come poco più à basso diremo. Ma perche il secondo inestamento ancora è molto vtile nelle progressioni Geometriche, come piacendo à Dio, nella nostra Aritmetica maggiore dichiararemo, daremo la regola dell'vno, e dell'altro inestamento.

L' inesta-mẽto per-che causa sia stato ri trouato.

La diffe-rẽza, che è tra l'ine stamento, e la rido-tione del-le minu-tie di mi-nutie.

E gran differenza tra l'inestamento, e quella operatione, con la quale nel cap. 9. hauemo insegnato il modo di ridurre le minutie di minutie ad vna semplice minutia. Perche iui essendoci proposte, verbi gratia, queste due minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. in modo, che la prima sia vn rotto della second , ricercauamo solamente, che sorte di minutia semplice facessero due terzi, di tre quarti, e ritrouamo, che faceuano $\frac{6}{12}$. cioè $\frac{1}{2}$. di vn'intiero. Ma qui cercaremo, che sorte di minutia si faccia, se si aggiongeranno $\frac{2}{3}$. di vn quarto, ouero

ouero $\frac{2}{3}$. di tre quarti, à $\frac{3}{4}$. che nel primo modo si farà questa minutia $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. ma nell'altro modo questa $\frac{1}{1}\frac{5}{2}$. cioè 1. $\frac{5}{4}$. delle quali l'vna, e l'altra è differente assai da $\frac{1}{2}$. Nel medesimo modo si vedrà la differenza, se saranno più minutie, di due.

Prima regola dell'inestamento di due minutie.

Se adunque si proponerranno due minutie, delle quali la prima sia vn rotto di vna sola particella della seconda, così si farà l'inestamento. Moltiplichisi il Numeratore della seconda minutia, per il Denominatore della prima, e al prodotto numero si agionga il Numeratore della medesima prima. Perche questa somma sarà il Numeratore della minutia, che si hà da produrre; ma il Denominatore si produrrà dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Essempio. Se saranno date queste due minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. così si farà l'inestamento, ouero così si sommaranno $\frac{2}{3}$. di vn quarto con $\frac{3}{4}$. Moltiplicandosi il Numeratore 3. della seconda minutia, per il Denominatore 3. della prima si fa 9. & aggiongendo il Numeratore 2. della medesima prima minutia si fa 11. cioè, il Numeratore della minutia, che si hà da produrre. Ma il Denominatore sarà il numero 12. prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Sì che questa minutia $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. risulta di $\frac{2}{3}$. di vn quarto sommati con $\frac{3}{4}$. Il che facilmente si potrà prouare per la regola del sommare i rotti. Imperoche essendo, che $\frac{2}{3}$. di vn quarto, secondo la riduttione delle minutie di minutie, faccino $\frac{}{1}\frac{2}{2}$. se si aggiongeranno $\frac{}{1}\frac{2}{2}$. à $\frac{3}{4}$. si faranno $\frac{4}{4}\frac{4}{8}$. cioè $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. come prima.

In che modo più minutie di due s'inestino insieme per la prima regola.

Ma se si daranno più minutie, di due, delle quali ciascheduna sia vn rotto di vna sola particola di tutte le sequenti per ordine, l'inestamento si farà in questo modo. Si moltiplichi il Numeratore dell'vltima minutia, per il Denominatore della penultima, & al numero prodotto si aggionga il Numeratore della medesima penultima: Doppo si moltiplichi questa somma per il Denominatore della minutia antepenultima, & al prodotto numero si aggionga il Numeratore della medesima antepenultima.

Dipoi

Dipoi si moltiplichi ancora questa somma per il Denominatore della prossima antecedente minutia, & al numero prodotto si aggionga il Numeratore della medesima minutia, che precede; & così di mano in mano, se saranno più minutie, l'vltima somma sempre si moltiplichi per il Denominatore della precedente minutia, & al prodotto si aggionga il Numeratore della medesima precedente minutia, fin che non resti alcuna minutia: perche l'vltima somma sarà il Numeratore della minutia, che si hà da produrre: ma il Denominatore si produrrà dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Come, se saranno date queste minutie $\frac{2}{3}.\frac{3}{4}.\frac{2}{5}.\frac{4}{7}$. Così si farà l'inestamento, cioè, così si sommaranno $\frac{2}{3}$. di vn quarto di vn quinto di vn settimo, & $\frac{3}{4}$. di vn quinto di vn settimo, & $\frac{2}{5}$. di vn settimo con $\frac{4}{7}$. Dalla moltiplicatione del Numeratore 4. dell'vltima minutia per il Denominatore 5. della penultima, si fanno 20. aggiondendo il Numeratore 2. della medesima penultima minutia, si fanno 22. che moltiplicati per il Denominatore 4. dell'antepenultima minutia fanno 88. aggiongendo il Numeratore 3. della medesima antepenultima minutia, si fanno 91. che moltiplicati per il Denominatore 3. dell'antecedente minutia, che è la prima, fanno 273. aggiongendo il Numeratore 2. della medesima prima minutia precedente si fanno 275. che sarà il Numeratore della minutia, che si hà da produrre.

Ma il Denominatore sarà il nu. 420. prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro, cioè, dalla moltiplicatione del primo per il secondo, è di questo numero prodotto per il terzo, &c. Si che da questo inestamento ne nascerà questa minutia $\frac{2}{4}\frac{7}{2}\frac{5}{0}$. che ridotta alli minimi termini sarà $\frac{5}{8}\frac{5}{4}$. Il che per la regola del sommare i rotti si prouarà in questo modo. Perche $\frac{2}{3}.\frac{3}{4}.\frac{2}{5}.\frac{1}{7}$. per la regola del ridurre le minutie di minutie, fanno $\frac{}{4}\frac{2}{3}\frac{}{0}$. Et $\frac{3}{4}.\frac{1}{5}.\frac{1}{7}$. fanno $\frac{}{1}\frac{3}{4}\frac{}{0}$. & $\frac{2}{5}.\frac{1}{7}$. fanno $\frac{}{3}\frac{2}{5}$. se queste tre minutie $\frac{}{4}\frac{2}{2}\frac{}{0}.\frac{}{1}.\frac{3}{4}.\frac{}{0}\frac{}{5}\frac{2}{5}$. si sommaranno con $\frac{4}{7}$. si farà $\frac{}{1}\frac{9}{4}\frac{4}{4}\frac{3}{0}\frac{2}{6}\frac{5}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$. cioè, ne i minimi termini $\frac{5}{8}\frac{5}{4}$ come prima. Ma colto più facilmenmente, e più presto fù ritrouata questa somma per l'inestamento.

IN questa regola dell'inestare, niuna minutia si hà da ridurre alli minimi termini, prima che sia finita tutta l'operatione, perche il senso si variarebbe, e si farebbe grand'errore. Ma finita l'operatione, si potrà ridurre la somma prodotta alli minimi termini, come da noi è stato fatto. Perche hauemo ridotto questa minutia $\frac{2}{4}\frac{7}{2}\frac{5}{0}$. prodotta dell'inestamento, à questa $\frac{5}{8}\frac{5}{4}$. Ma che il senso si variarebbe, & si farebbe errore, se alcuna minutia si riducesse à minimi termini, innanzi al fine dell'operatione, è cosa chiara. Perche, se si doueranno inestare queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{\ }{1}$. $\frac{8}{2}$. cioè aggiongere $\frac{2}{3}$. di vn duodecimo à $\frac{\ }{1}\frac{8}{2}$. si farà $\frac{2}{1}$. $\frac{6}{6}$. Ma se l'vltima minutia $\frac{\ }{1}\frac{8}{2}$. si riducesse à minimi termini, come dire à questa minutia $\frac{2}{3}$. si douerebbono inestare $\frac{2}{3}$. $\frac{2}{3}$. cioè sommare $\frac{2}{3}$. di vn terzo con $\frac{2}{3}$. Il qual senso è molto diuerso dal primo; e perciò si farebbe da questo inestamento vn'altra minutia, cioè $\frac{8}{9}$. molto diuersa dalla prima minutia prodotta $\frac{2}{3}\frac{6}{6}$. Nondimeno questa prima minutia prodotta $\frac{2}{3}\frac{6}{6}$. si può ridurre à questa ne i minimi termini $\frac{1}{8}\frac{3}{8}$.

Le minutie che s'inestano secondo la prima regola, non si deuono ridurre alli minimi termini innanzi il fine dell'operatione.

NON è anco da lasciar di dire, che la somma raccolta dall'inestamẽto già esposto, se l'vltima minutia è minore dell'vnità, sempre è minore dell'vnità, ancorche s'inestino infinite minutie. Come, se queste minutie $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{2}$. $\frac{4}{5}$. s'inestino, faranno questa minutia $\frac{1}{1}\frac{1}{2}\frac{9}{0}$. che è minore dell'vnità. E che questo debba essere così, si può dichiarare in questo modo. Perche, accioche $\frac{4}{5}$. faccino vna vnità, ne manca $\frac{1}{5}$. e la minutia precedente $\frac{1}{2}$. che si aggionge à $\frac{4}{5}$. non è $\frac{1}{5}$. ma $\frac{1}{2}$. di vn quinto; sequita, che à compire l'vnità, manchi ancora $\frac{1}{2}$. di vn quinto. E perche l'antecedente minutia $\frac{2}{3}$. che si aggionge, non è $\frac{1}{2}$. di vn quinto, ma $\frac{2}{3}$. di vn mezzo di vn quinto; sequita, che per compire l'vnità, manchi ancora $\frac{1}{3}$. di vn mezzo di vn quinto. Di più, perche la precedente minutia $\frac{3}{4}$. non è $\frac{1}{3}$. di vn mezzo di vn quinto, ma $\frac{3}{4}$. di vn terzo di vn mezzo di vn quinto; seguita, che per fornire l'vnità, manchi ancora $\frac{1}{4}$. di vn terzo di vn mezzo di vn quinto.

La somma dell' inestamento secondo la prima regola, sempre è minore dell'vnità, & perche causa.

to. E così di mano in mano, se fossero più minutie, sempre mancarà alcuna cosa à compire l'vnità.

> *L'vso della prima regola dell' inestamento nel diuidere vn nu. intiero insieme con vn rotto per vn nu. intiero.*

MA acciò tu veda, quanto sia eccellente l'vso di questa prima regola dell'inestare, nel deuidere vn numero intiero insieme con vna minutia per vn'altro numero intiero, addurrò vno, ò due essempij. Habbiasi da diuidere 20. $\frac{1}{4}$. per 12. Diuidendosi l'intieri 20. per 12. si fa il Quotiente 1. $\frac{8}{12}$. E perche la minutia $\frac{1}{4}$. si deue ancora diuidere per 12. & il Quotiente aggiongere al primo Quotiente; seguita, che essendo il Quotiente (se si diuide $\frac{1}{4}$. per 12.) $\frac{1}{4}$. di vn duodecimo, si come quando si diuide 1. per 12. si Quotiente è $\frac{1}{12}$. seguita dico, che se s'inestano queste minutie $\frac{1}{4}$. $\frac{8}{12}$. cioè, se si aggionge $\frac{1}{4}$. di vn duodecimo (cioè, il Quotiente della diuisione di $\frac{1}{4}$. per 12.) à $\frac{8}{12}$. si faccia vna minutia; che aggionta al Quotiente intiero 1. componghi tutto il Quotiente.

Facendosi adunque dall'inestamento di queste minutie $\frac{1}{4}$. $\frac{8}{12}$. questa minutia $\frac{33}{48}$. cioè $\frac{11}{16}$. sarà tutto il Quotiente 1. $\frac{11}{16}$. Il medesimo farai, se il partitore 12. metterai sotto il numero 20. intiero, che si hà da diuidere, acciò si faccia questa minutia $\frac{20}{12}$. & à questa minutia inestarai la minutia $\frac{1}{4}$. che ancora s'hà da diuidere in questo modo, $\frac{1}{4}$. $\frac{20}{12}$. Percioche la minutia $\frac{20}{12}$. è il Quotiente della diuisione di 20. per 12. al quale per l'inestamento si aggionge $\frac{1}{4}$. di vn duodecimo, cioè il Quotiente della diuisione di $\frac{1}{4}$. per 12. Ma che nell'vno, e l'altro modo si facci bene la diuisione di 20. $\frac{1}{4}$. per 12. facilmente lo potrai esprimentare per la regola della diuisione. Imperoche se diuiderai 20. $\frac{1}{4}$. per 12. ritrouerai il Quotiente $\frac{81}{48}$. cioè 1. $\frac{33}{48}$. ouero 1. $\frac{11}{16}$. come prima.

Habbiasi ancora da partire 100. $\frac{5}{6}$. per 8. Partendosi l'intieri 100. per 8. si fa il Quotiente 12. $\frac{4}{8}$. E perche la minutia $\frac{5}{6}$. si deue diuidere ancora per 8. & il Quotiente aggiongere al primo Quotiente; seguita, che essendo il Quotiente (se si diuiderà $\frac{5}{8}$. per 8.) $\frac{5}{6}$. di vn'ottauo, si come, se si diuide 1. per 8. il Quotiente è $\frac{1}{8}$. sequita dico, che se s'inestaranno queste minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{4}{8}$. cioè, se si aggiongeranno $\frac{5}{6}$. di

vn-

vn'ottauo (cioè, il Quotiente della diuiſione di $\frac{5}{6}$. per 8.) à $\frac{4}{8}$. ſi facci vna minutia,che aggionta al Quotiente intiero 12. componghi tutto il Quotiente. Facendoſi adunque dell'ineſtamento di queſte minutie $\frac{5}{6}$ $\frac{4}{8}$. queſta minutia $\frac{2}{3}$ $\frac{9}{8}$. ſarà tutto il Quotiente 12. $\frac{2}{4}$ $\frac{9}{8}$. Il medeſimo farai, ſe il partitore 8. metterai ſotto il numero intiero 100. che ſi hà da diuidere, acciò ſi faccia queſta minutia $^{1}\frac{0}{8}0$. & à queſta minutia ineſtarai la minutia $\frac{5}{6}$. che s'hà ancora da diuidere in queſto modo $\frac{5}{6}$. $^{1}\frac{0}{8}0$ Perche la minutia $^{1}\frac{0}{8}0$. è il Quotiente della diuiſione di 100. per 8. alla quale per l'ineſtamento ſi aggiongono $\frac{5}{6}$. di vn'ottauo, cioè, il Quotiente della diuiſione di $\frac{5}{6}$. per 8. Il medeſimo Quotiente 12. $\frac{3}{4}$ $\frac{9}{8}$. affatto ritrouarai, ſe per la regola della diuiſione partirai 100. $\frac{5}{6}$. per 8. Perche farai il Quotiente 6. $\frac{0}{4}$ $\frac{5}{8}$. cioè 12. $\frac{2}{4}$ $\frac{9}{8}$.

Finalmente habbiaſi da diuidere 100. $\frac{5}{6}$. per 10. Diuidendoſi l'intieri 100. per 10. Il Quotiente è 10. & auanza nulla. E perche s'hà da diuidere ancora la minutia $\frac{5}{6}$. per 10. e il Quotiente aggiongere al primo Quotiente : di quì naſce, ch'eſſendo (ſe ſi diuide $\frac{5}{6}$. per 10.) il Quotiente $\frac{5}{6}$. di vn decimo, ſi come diuidendoſi 1. per 10. il Quotiente è $_{1}\frac{1}{0}$. Di quì naſce dico, che ſe s'ineſtaranno queſte minutie $\frac{5}{6}$. $_{1}\frac{0}{0}$. cioè, ſe ſi aggiongeranno $\frac{5}{6}$. di vn decimo (cioè, il Quotiente della diuiſione di $\frac{5}{6}$. per 10.) à $_{1}\frac{0}{0}$. (Imperoche, eſſendo, che niſſun rotto auanzò nella diuiſione de 100. per 10. ſi deue porre la figura 0. ſopra il partitore 10. acciò ſi faccia la minutia $_{1}\frac{0}{0}$. che ſignifica niſſun decimo) ſi faccia vna minutia, che aggionta al Quotiente intiero 10. componghi tutto il Quotiente. Facendoſi adunque dall'ineſtamento di queſte minutie $\frac{5}{6}$. $_{1}\frac{0}{0}$. queſta minutia $_{6}\frac{5}{0}$. ſarà tutto il Quotiente 10. $_{6}\frac{5}{0}$. cioè 10. $^{1}\frac{1}{2}$. Il medeſimo farai, ponendo il partitore 10. ſotto il numero intiero 100. che s'hà da diuidere, acciò ſi faccia queſta minutia $_{1}\frac{1}{0}\frac{0}{0}$. & à queſta minutia ineſtarai la minutia $\frac{5}{6}$. che ſi hà ſimilmente da diuidere in queſto modo, $\frac{5}{6}$. $_{1}\frac{0}{1}\frac{0}{0}$. Perche la minutia $_{1}\frac{0}{1}\frac{0}{0}$. è il Quo-

Quotiente della diuiſione di 100. per 10. alla quale per l'ineſtamento ſi aggiongono $\frac{5}{6}$. di vn decimo, cioè, il Quotiente della diuiſione di $\frac{5}{6}$. per 10. Il medeſimo Quotiente à fatto hauerai, ſe diuiderai 100. $\frac{5}{6}$. per 10. ſecondo la regola della Diuiſione. Imperoche ſi farà il Quotiente $^{6}\ \frac{0}{6}\ \frac{5}{0}$. cioè 10. $\frac{\ }{6}\ \frac{5}{0}$. ò vero 10. $\frac{\ }{1}\ \frac{1}{2}$.

Seconda regola dell' ineſtamento di due minutie.

Hora ſe ſi proporranno due minutie, delle quali la prima ſia vn rotto di tutta la ſeconda, ſi farà l'ineſtamento in queſto modo. Si moltiplichi il Numeratore della ſeconda minutia, per il Denominatore della prima, & al numero prodotto ſi aggionga il numero prodotto dalla moltiplicatione delli Numeratori. Perche in queſto modo ſi farà il Numeratore della minutia, che ſi hà da produrre. Ma il Denominatore ſi produrrà dalla moltiplicatione delli Denomitori tra di loro. Come ſe ſaranno date queſte minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. così ſi farà l'ineſtamento, ouero così ſi aggiongeranno $\frac{2}{3}$. di tre quarti à $\frac{3}{4}$. Dal Numeratore 3. della ſeconda minutia moltiplicato per il Denominatore 3. della prima ſi fanno 9. & aggiongendo il numero 6. prodotto dalla moltiplicatione delli Numeratori, ſi fanno 15. cioè, il Numeratore della minutia, che ſi hà da produrre. Ma il Denominatore ſarà il numero 12. prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Si che dall'aggiongere $\frac{2}{3}$. di tre quarti à $\frac{3}{4}$. ſi compone queſta minutia $\frac{1}{1}\ \frac{5}{2}$. cioè 1. $\frac{1}{4}$. Il che facilmente prouerai per la regola del ſommare. Imperoche eſſendo, che $\frac{2}{3}$. di tre quarti faccino $\frac{\ }{1}\ \frac{6}{2}$. come è manifeſto per la riduttione delle minutie di minutie, che inſegnato hauemo; ſe ſommaranno $\frac{\ }{1}\ \frac{6}{2}$. con $\frac{3}{4}$. ſi farà $\frac{6}{4}\ \frac{0}{8}$. cioè 1. $\frac{1}{4}$. come prima.

In che modo più minutie, di due, s'ineſtino per la seconda regola.

Ma ſe più minutie, di due, ſaranno propoſte, dalle quali ciaſcheduna ſia vn rotto di tutte le minutie ſeguenti intieri per ordine, ſi farà l'ineſtamento in queſto modo. Si moltiplichi il Numeratore dell'vltima minutia per il Denominatore della penultima, & al numero prodotto ſi aggionga il num. prodotto dalla moltiplicatione delli vltimi due Numeratori tra

di

di loro. Questa somma, dipoi si moltiplichi per il Denominatore della minutia antepenultima, & al numero prodotto si aggionga il numero prodotto dalli tre vltimi Numeratori tra di loro moltiplicati. Di più questa somma si moltiplichi per il Denominatore della minutia prossima antecedente, & al numero prodotto si aggionga il numero prodotto dalli quattro vltimi Numeratori tra di loro moltiplicati: E così di mano in mano, se saranno più minutie, sempre si moltiplichi l'vltima somma trouata per il Denominatore della precedente minutia, & al numero prodotto si aggionga il numero prodotto dalla moltiplicatione di tutti li Numeri di quelle minutie, che sino à quel luogo sono state prese, insino à tanto, che niuna minutia vi resti. Perche l'vltima somma sarà il Numeratore della minutia, che s'hà da produrre. Ma il Denominatore si produrrà dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Come se saranno proposte queste minutie $\frac{2}{3}\ \frac{3}{4}\ \frac{2}{5}\ \frac{4}{7}$. così si farà l'inestamento, ouero così si aggiongeranno $\frac{2}{3}$. di tre quarti di due quinti di quattro settimi, & $\frac{3}{4}$. di due quinti di quattro settimi, & $\frac{2}{5}$. di quattro settimi à $\frac{4}{7}$. Dal Numeratore 4. dell'vltima minutia moltiplicato per il Denominatore 5. della penultima si fa 20. & aggiongendo il num. 8. prodotto dalla moltiplicatione delli due vltimi Numeratori 4. & 2. tra di loro, si fa 28. che moltiplicato per il Denominatore 4. dell'antepenultima minutia fa 112. & aggiondendoli il numero 24. prodotto dalli tre vltimi Numeratori 4. 2. & 3. tra di loro moltiplicati, si fa 136. che moltiplicato per il Denominatore 3. dell'antecedente minutia, che è la prima, fa 408. & aggiongendo il numero 48. prodotto da tutti li quattro Numeratori 4. 2. 3. & 2. tra di loro moltiplicati, si fa 456. cioè il Numeratore della minutia, che si hà da produrre. Ma il Denominatore sarà il numero 420. prodotto da tutti li Denominatori, tra di loro moltiplicati. Talche da questo inestamento si verrà à fare questa minutia $\frac{456}{420}$. cioè 1. $\frac{36}{420}$. ouero ne i minimi termini 1. $\frac{3}{35}$. Il che si confermarà per la regola del sommare, in questo modo.

Per-

Perche $\frac{2}{3}.\frac{3}{4}.\frac{2}{5}.\frac{4}{7}$. come costa per la regola, per la
quale si riducono le minutie di minutie, fanno $\frac{}{4}\frac{4}{2}$.
$\frac{8}{0}$. & $\frac{3}{4}.\frac{2}{5}.\frac{4}{7}$. fanno $\frac{}{1}.\frac{2}{4}.\frac{4}{0}$. & $\frac{2}{3}.\frac{4}{7}$. & fanno $\frac{}{3}.\frac{8}{5}$. Se
queste tre minutie $\frac{}{4}.\frac{4}{2}.\frac{8}{0}.\frac{}{1}.\frac{2}{4}.\frac{4}{0}.\frac{}{3}.\frac{8}{5}$. si aggionge-
ranno à $\frac{4}{7}$. si farà questa minutia $\frac{1}{1}\frac{5}{4}\frac{6}{4}\frac{4}{0}\frac{0}{0}\frac{8}{9}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$. cioè 1. $\frac{}{1}$
$\frac{1}{4}\frac{2}{4}\frac{3}{0}\frac{4}{0}\frac{8}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$. ouero 1. $\frac{}{3}\frac{3}{5}$ ne i minimi termini, come
prima. Ma molto più facilmente, e più espedita-
mente habbiamo raccolta la medesima somma per la
via dell'inestamento.

In questa seconda regola dell'inestamento si posso-
no ridurre le minutie, che s'inestano, à minimi ter-
mini, innanzi l'operatione. Perche se s'inestaranno
queste minutie $\frac{2}{3}.\frac{4}{8}$. cioè, se si aggiongeranno $\frac{2}{3}$. di
quattro ottaui à $\frac{4}{8}$. si farà $\frac{2}{2}\frac{0}{4}$. cioè $\frac{5}{6}$. Altretanto fare-
mo, se prima ridurremo $\frac{4}{8}$ à $\frac{1}{2}$. cioè, se aggiongere-
mo $\frac{2}{3}$. di vn mezzo à $\frac{1}{2}$. Nel medesimo modo se s'ine-
staranno $\frac{}{1}.\frac{6}{0}.\frac{4}{8}$. si farà $\frac{6}{8}.\frac{4}{0}$. cioè $\frac{4}{5}$. E la medesima
minutia si produrrà, se prima $\frac{1}{-}.\frac{6}{0}$. si ridurrano à $\frac{3}{5}$. e
$\frac{4}{8}$. à $\frac{1}{2}$. e s'inestaranno $\frac{3}{5}.\frac{1}{2}$. Peroche da questo inesta-
mento si produrrà $\frac{}{1}.\frac{8}{0}$. cioè $\frac{4}{5}$. come prima. La ra-
gione di questa cosa è, perche essendo la precedente
minutia vn rotto di tutta la sequẽte, il medesimo va-
lore haueranno $\frac{2}{3}.\frac{4}{8}$. & $\frac{2}{3}.\frac{1}{2}$. Imperoche se queste mi-
nutie di minutie si ridurranno à semplice minutie, si
ridurrà la prima à $\frac{8}{2}.\frac{}{4}$. cioè à $\frac{1}{3}$. e la seconda à $\frac{2}{6}$.
cioè à $\frac{1}{3}$. parimente. Il che nella prima re-
gola nõ auuiene. Perche per esser quiui
la prima minutia vn rotto di vna
particola sola della seconda,
chiara cosa è nel mede-
simo essempio, ch'-
altra cosa so-
no $\frac{2}{3}.\frac{1}{8}$.
& $\frac{2}{2}$.
$\frac{1}{1}$. Perche la prima minutia di minutie
fa $\frac{}{3}\frac{2}{4}$. cioè $\frac{}{1}\frac{1}{2}$. e la seconda.
$\frac{2}{6}$. cioè $\frac{1}{3}$.

ALCV-

ALCVNE QVESTIONCELLE delli numeri intieri, e rotti. Cap. XVI.

GIudico, che sarà molto vtile, prima ch'io vada più auanti, porre in questo luogo varie questioncelle appartenenti alli numeri intieri, e rotti; le quali tutte si sciolgono per via del racorre, sottrarre, moltiplicare, & diuidere: Sì perche li principianti in sciorre queste, si possono essercitare, nell' operationi delli numeri intieri, e rotti; sì ancora, perche simili questioni sono tal volta molto vtili nell'altre cose Aritmetiche. Di qui adunque faremo principio.

Come si troui vn num. dal quale leuandone qualũque num. proposto, resti vn' altro num. proposto.

I. Da che numero è stato sottratto, ò si douerà sottrarre 23. acciò restino 47. E da che numero è stato sottratto, ouero si douerà sottrarre $\frac{7}{1}\frac{4}{1}$. acciò resti 8. $\frac{2}{3}$. Le questioni di questa sorte si sciogliono per il sommare. Perche se il numero sottratto, ò che s'hà da sottrarre, aggiongerai al numero, che hà da restare, farai il numero, dal quale il numero dato sottratto lascierà il dato numero. Come nella prima questione. Da 23. & 47. si fa il numero 70. Adunque da questo si douerà sottrarre 23. acciò resti 47 E nell'altra questione. Da $\frac{7}{1}\frac{4}{1}$. & 8. $\frac{2}{3}$. si fa il numero 9. $\frac{3}{-}$. $\frac{1}{3}$. dal quale se leuarai $\frac{7}{1}\frac{4}{1}$. restarà 8. $\frac{2}{3}$. Il che chiaramente vedrai, se ridurrai le minutie prodotte ad intieri, & à minimi termini. Il che s'hauerà da osseruare ancora nelle seguenti questioni, cioè, finita l'operatione, s'haueranno da ridurre le minutie prodotte à minimi termini, si come in questa questione è stato fatto.

Come si troui vn num. che leuato da qualũque nu. proposto, ne lasci vn' altro num. proposto.

II. Qual numero è stato sottratto, ò si douerà sottrarre da 87. acciò restino 26. E che numero è stato leuato, ouero si dourà leuare da $\frac{7}{1}\frac{8}{7}$. acciò lasci $\frac{2}{7}$. Simili questioni si spediranno con la sottrattione. Per che se il numero, che deue restare, si sottrarrà dal numero, dal qual si deue fare la sottrattione, restarà vn numero, che soltratto dal medesimo num., lasciarà il resto proposto. Come nella prima questione, se si leuarà 26. da 87. rimarrà 61. Se adunque si leuarà 61. da 87. rimarrà 26. E nella seconda questione, se si leuarà $\frac{3}{7}$ & $\frac{1}{1}$ $\frac{8}{3}$. rimarrà $\frac{3}{6}$ $\frac{0}{1}$. la qual minutia se si sottrarrà $\frac{1}{1}$ $\frac{8}{3}$. rimarrà $\frac{2}{7}$.

Come si troui vn num. che con qualũque altro proposto faccia vn' altro nu. proposto.

III. A qual numero si deue aggiongere 38. ouero qual numero si deue aggiongere à 38. acciò la somma sia 83. Et à qual numero s'hà d'aggiongere 4. $\frac{8}{9}$. ouero qual numero s'hà da sommare con 4. $\frac{8}{9}$. acciò si componga il numero 20. $\frac{1}{2}$. Le questioni di questa sorte si risoluano similmente per la sottrattione. Perche se dal numero, che si deue comporre, si leuarà il numero proposto, che si deue aggiongere, restarà vn numero, al quale se si aggiongerà il numero dato, che si deue aggiongere, farassi il numero dato. Come nella prima questione, leuando 48. da 83. riman 45. Adunque à questo numero s'hanno d'aggiongere 38. acciò si faccia il numero 83. E nell'altra questione, sottraendo 4. $\frac{8}{9}$. da 20. $\frac{1}{2}$. resta il numero 15. $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{8}$. al quale s'aggiongerà 4. $\frac{8}{9}$. si farà il numero 20. $\frac{1}{2}$.

Come si troua la differenza ouero l'eccesso tra due proposti num.

IV. Che differenza, ouero eccesso è tra 100. & 349. E tra 6. $\frac{1}{2}$. & 20. $\frac{3}{4}$. Queste questioni ancora si sciogliono per la sottrattione. Perche se il minor numero si leuarà dal maggiore, restarà la differenza, ouero eccesso, che si cerca. Come nella prima questione, leuando 100. da 339. rimangono 249. E tanto è l'eccesso, ouero la differenza tra 100. & 349. E nell'altra questione, leuando 6. $\frac{1}{2}$. da 20. $\frac{3}{4}$. restano 14. $\frac{1}{4}$. In questo numero adunque il numero 20. $\frac{3}{4}$. eccede il numero 6. $\frac{1}{2}$.

Come si troui vn num. che partendolo per qualũque num. proposto si facci vn Quotiente qual si voglia proposto.

V. Che numero è diuiso, ò s'hà da diuidere per 9. acciò il Quotiente sia 34. E che numero è stato diuiso, ouero s'hà da diuidere per 4. $\frac{1}{3}$. acciò il Quotiente sia $\frac{1}{2}$. Tali questioni si spediscono per la moltiplicatione. Perche se si moltiplicarà il dato partitore per il Quotiente proposto, si produrrà il numero diuiso, ò che s'hà da diuidere, cioè, quello che si cerca. Come nella prima questione, moltiplicando 9. per 34. si fa il numero 306. il quale partito per 9. farà il Quotiente 34. E nella seconda questione, se si moltiplicarà 4. $\frac{1}{3}$.

per

per $\frac{1}{2}$. si produrrà il numero 2. $\frac{1}{6}$. che partito per 4. $\frac{1}{3}$. sarà il Quotiente $\frac{1}{2}$.

Come si troui qual si voglia parte data, ò parti di qualũque num. proposto.

VI. Dammi $\frac{3}{5}$. di 30. Di più, dammi $\frac{1}{2}$. di 4. $\frac{5}{7}$. Ouero dimmi, qual numero contiene $\frac{3}{5}$. di questo numero 30. E che numero sarà, ò darà $\frac{1}{2}$. di questo numero 4. $\frac{5}{7}$. La moltiplicatione risolue similmente queste questioni. Perche se li dati due numeri tra di loro si moltiplicaranno, si produrrà il numero, che si cerca. Come, perche nella prima questione dalla moltiplicatione di $\frac{3}{5}$. per 30. Si produce 18. Per tanto il numero 18. sarà $\frac{3}{5}$. del numero 30. proposto: E nell'altra questione dalla moltiplicatione di $\frac{1}{2}$. per 4. $\frac{5}{7}$. si fa il numero 2. $\frac{5}{14}$. il quale è $\frac{1}{2}$. di questo numero 4. $\frac{5}{7}$.

Come si troui vn num. per il qual partẽdosi qual si voglia nu. dato, si facci vn quotiente qualũque proposto.

VII. Per qual numero sono partiti, ò sì hanno da partire 48. acciò il Quotiente sia 10. E per qual numero si diuideranno $\frac{3}{7}$. acciò il Quotiente sia $\frac{2}{3}$. Con la diuisione si sodisfarà à questioni simili. Perche se il numero proposto diuiso, ò che si hà da diuidere, si diuiderà per il dato Quotiente, nascerà da questa diuisione il numero, che si cerca. Come nella prima questione, partendosi 48. per 10. sarà il Quotiente 4. $\frac{4}{5}$. Per il quale se si diuiderà il numero dato 48. si farà il Quotiente 10. E nell'altra questione partendosi $\frac{3}{7}$. per $\frac{2}{3}$. si farà il Quotiente $\frac{9}{14}$. per il quale se si diuiderà $\frac{3}{7}$. si produrrà il Quotiente $\frac{2}{3}$.

Come si troui vn num. che moltiplicando per qual si voglia num. dato, si faci vn'altro num. qualũque proposto.

VIII. Per qual numero s'hanno da moltiplicare 17. ouero qual numero s'hà da moltiplicare per 17. acciò il prodotto numero sia 100. E per qual numero deuono esser moltiplicati 3. $\frac{1}{2}$. ouero qual numero deue esser moltiplicato per 3 $\frac{1}{2}$. acciò il numero prodotto sia $\frac{1}{4}$. La diuisione parimente sodisfarà à simili questioni. Perche se partiremo il numero, che si deue produrre, per il numero, che si propone da moltiplicare, faremo il numero, che cerchiamo. Come nella prima questione, diuidendosi 100. per 17. si fa il Quotiente 5. $\frac{15}{17}$. per il quale se si moltiplicarà il dato nu. 17. si produrrà il dato numero 100. E nella seconda questione, se si diuiderà $\frac{1}{4}$. per 4. $\frac{1}{2}$. si farà il Quotiente $\frac{1}{14}$. per il quale se si moltiplicarà il dato numero 3. $\frac{1}{2}$. si produrrà il dato numero $\frac{1}{4}$.

Come ſi trouino due num. che tra di loro multiplicati produchino qual ſi voglia numero propoſto.

IX. Quali ſono quei due numeri, che moltiplicati tra di loro produchino 48. ouero $\frac{1}{2}$. ouero 6. $\frac{3}{4}$. A queſta ſorte di queſtioni ancora ſodisfarà la diuiſione. Perche ſe diuideremo il numero, che deue eſſer prodotto, per qual ſi voglia numero, ſaranno queſto numero, & il Quotiente quelli due, che ſi cercano. Come ſe ſi diuiderà 48. per qual ſi voglia numero, come per 6. ſi farà il Quotiente 8. Adunque queſti due numeri 6. & 8. tra di loro moltiplicati produrranno 48. Così ancora ſe'l medeſimo numero 48. ſi diuiderà per qualſiuoglia altro numero, come per 10. ſi farà il Quotiente 4. $\frac{4}{5}$. Adunque queſti due numeri 10. & 4. $\frac{4}{5}$. tra di loro moltiplicati faranno 48. Di più, ſe partiremo $\frac{1}{2}$. per qual ſi voglia numero, come per $\frac{2}{3}$. ritrouaremo il Quotiente $\frac{3}{4}$. Adunque li due numeri, che tra loro moltiplicati faccino $\frac{1}{2}$. ſaranno $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{4}$. Per la medeſima ragione, ſe partiremo $\frac{1}{2}$. per qual ſi voglia altro numero, come per 8. ritrouaremo il Quotiente $\frac{1}{16}$. Li due numeri adunque cercati, che tra loro moltiplicati faccino $\frac{1}{2}$. ſaranno 8. & $\frac{1}{16}$. Finalmente partendoſi 6. $\frac{3}{4}$. per qual ſi voglia numero, come per 3. $\frac{1}{2}$. ſi farà il Quotiente 1. $\frac{13}{14}$. Adunque li due numeri, che tra loro moltiplicati produchino 6. $\frac{3}{4}$. ſaranno 3. $\frac{1}{2}$. & 1. $\frac{13}{14}$.

Come ſi trouino due num. che l'vno partito per l'altro facia qual Quotiente propoſto.

X. Dammi due numeri, che l'vno diuiſo per l'altro il Quotiente ſia 28. E dammi ſimilmente due numeri, che l'vno diuiſo per l'altro, il Quotiente ſia $\frac{5}{6}$. La moltiplicatione ſnoda queſte quaſtioni, & altre ſimili. Percioche ſe ſi moltiplicarà il Quotiente propoſto per qual ſi voglia numero, il numero prodotto ſarà il numero, che s'hà da diuidere, & il partitore ſarà il numero, per il quale hai moltiplicato. Come nella prima queſtione, ſe moltiplicarai 28. per qual ſi voglia numero, come per 6. farai il numero 168. Queſto adunque diuiſo per 6. farà 28. E nella queſtione ſeconda, ſe moltiplicarai $\frac{5}{6}$. per qual numero ti piace, come per $\frac{1}{2}$. produrrai $\frac{5}{12}$. che partiti per $\frac{1}{2}$. ſarà il Quotiente $\frac{5}{6}$.

XI. Per qual numero s'hanno da moltiplicare 7. ouero qual numero s'hà da moltiplicare per 7. che diui-

diuidendosi il prodotto per 8. il Quotiente sia 3. Et per qual numero deuono essere moltiplicati $\frac{2}{5}$. ouero qual numeto deue esser moltiplicato per $\frac{2}{5}$. acciò partendosi il prodotto per $\frac{3}{4}$. il Quotiente sia $\frac{1}{4}$. Questa sorte di questioni si scioglie con la moltiplicatione, & diuisione. Percioche, se moltiplicarai il dato partitore per il dato Quotiente, & il num. prodotto partirai per il dato numero, per il quale s'hà da moltiplicare, ò che hà da esser moltiplicato, sarà questo numero Quotiente quello, che si cerca. Come nella prima questione, se si moltiplicarà il Partitore dato 8. per il dato Quotiente 3. si produrrà il numero 24. che diuiso per il numero dato, per il quale s'hà da moltiplicare, ò il quale hà da esser moltiplicato, cioè per 7. si farà $3\frac{3}{7}$. ch'è il numero, che cerchiamo. Perche se si moltiplicarà 7. per $3\frac{3}{7}$. si farà il numero 24. che partito per 8. farà il Quotiente 3. E nella seconda questione, se il partitore dato $\frac{3}{4}$. si moltiplicarà per il dato Quotiente $\frac{1}{4}$. si farà il numero $\frac{3}{16}$. che partito per $\frac{2}{5}$. cioè, per il numero dato, per il quale s'hà da moltiplicare, ouero, il quale hà da esser moltiplicato, farà $\frac{15}{32}$. che è il numero, che si cerca. Imperoche se si moltiplicaranno $\frac{2}{5}$. per $\frac{15}{32}$. si farà il numero $\frac{3}{16}$. che partito per $\frac{3}{4}$. farà il Quotiente $\frac{1}{4}$.

Come si troui vn num. che moltiplicandolo per qualũque dato nu. e partendo il prodotto per vn'altro dato num. qual si voglia, si facci vn Quotiente qualũque proposto.

XII. Che parte è il numero 6. di questo numero 54. E che parte è questo numero $\frac{3}{5}$. di questo numero $\frac{9}{10}$. Queste tali questioni si spediscono per la diuisione. Perche se il numero dato, che deue essere parte, si diuiderà per l'altro numero proposto, (che deue sempre essere maggiore dell'altro) mostrarà il Quotiente, che parte, ò parti sia il numero dato minore del numero maggiore proposto. Come nella prima questione. Partendosi 6. per 54. sarà il Quotiente $\frac{6}{54}$. cioè $\frac{1}{9}$. Il numero adunque 6. è vna nona parte di 54. Ma nella questione seconda, diuidendosi $\frac{3}{5}$. per $\frac{9}{10}$. sarà il Quotiente $\frac{30}{45}$. cioè $\frac{2}{3}$. Conterrà adunque il numero $\frac{3}{5}$. due terze parti del numero $\frac{9}{10}$. E questo esser così, si porrà esprimentare per la sesta questione, Perche se si cercarà vn numero (per

Come si troui, che parte sia qual si voglia num. dato, rispetto di vn' altro proposto num. qualunque.

la detta 6. questione) che sia $\frac{1}{9}$. del numero 54. si ritrouerà il numero 6. E se si cercarà, qual numero contenga $\frac{2}{3}$. del numero $\frac{9}{10}$. si ritrouerà il numero $\frac{18}{30}$. cioè $\frac{3}{5}$.

Come si troui vn num. rispetto del quale, il proposto num. qualunque sia qual si voglia parte proposta.

XIII. Questo numero 6. rispetto di qual numero sarà vna nona parte? Et il numero $\frac{3}{5}$. rispetto di qual numero sarà due terze parti? La diuisione scioglie tali questioni. Perche se il numero dato si diuiderà per la minutia, che rappresenta la proposta parte, ouero parti, il Quotiente darà il numero, che si cerca. Come nella prima questione partendosi 6. per $\frac{1}{9}$. si farà il Quotiente 54. il numero 6. adunque sarà la nona parte rispetto del numero 54. E nell'altra questione, partendosi $\frac{3}{5}$. per $\frac{2}{3}$. sarà il Quotiente $\frac{9}{10}$. Adunque rispetto di questo numero $\frac{9}{10}$. questo numero $\frac{3}{5}$. sarà due terze parti.

Come si troui quante parti di qual si voglia sorte si contengono il qualũque num. proposto.

XIV. Questo numero 7. quante ottaui parti contiene d'vn'intiero? E questo numero $\frac{3}{4}$. quante duodecime parti contiene d'vn'intiero? E questo $\frac{3}{7}$. quante ottaue parti abbraccia? La moltiplicatione scioglie le questioni di questa sorte. Perche il dato num. si moltiplicarà per il Denominatore delle parti, che si cercano, darà il prodotto numero il numero delle parti, che si cerca. Come nella prima questione, moltiplicando 7. per 8. si fa 56. Adunque il numero 7. conterrà 56. ottaue. E nella seconda questione moltiplicando $\frac{3}{4}$. per 12. si produce il numero 9. Il numero adunque $\frac{3}{4}$. abbracciarà noue duodecime. Nella terza questione finalmente moltiplicando $\frac{3}{7}$. per 8. si fa il numero $\frac{24}{7}$. cioè 3. $\frac{3}{7}$. Adunque il numero $\frac{3}{7}$. contiene tre ottaue, & $\frac{3}{7}$. d'vna ottaua. E che così sia, è cosa manifesta. Perche se $\frac{3}{7}$. $\frac{1}{8}$. cioè $\frac{3}{56}$. & $\frac{3}{8}$. si raccorrano in vna somma, si ritrouaranno $\frac{3}{7}$. Onde seguita, che $\frac{3}{7}$. contengono $\frac{3}{8}$. e $\frac{3}{7}$. $\frac{1}{8}$.

RE-

REGOLE DEL TRE, CHE CON ALTRO NOME SVOL ESSER CHIAMATA REGOLA AVREA,

OVERO REGOLA DELLE Proportioni. Cap. XVII.

FIn quì da noi sono stati posti gli fondamenti necessarij dell'Aritmetica; hora seguono varie regole, nelle quali si scuopre il marauiglioso vso di quelli, non solo alli Matematici, ma ancora alli mercanti, anzi à ciascun huomo priuato, se nelli traffichi, e conuentioni non vuol essere ingannato, ò ingannare altrui (che quello sarebbe vergogna, e questa iniquità) molto vtili, e necessarie. E nel primo luogo mi rappresenta quella regola non mai à bastanza lodata, che per la grand'vtilità, si suol chiamare Aurea, ouero regola delle proportioni, perche tutta consiste in trattare quattro numeri proportionali, delli quali li primi tre sono conosciuti, ma il quarto incognito si cerca; per il che appresso il volgo è nominata Regola del tre: per amore, che pone tre numeri conosciuti, e dà questi ne caua il quarto incognito. La pratica di questa regola delle proportioni, ò del tre, è questa.

Regola aurea, ouero delle proportioni, ouero regola del tre, perche si chiami così.

DISPOSTI li tre numeri conosciuti in tal maniera, che quello che hà il quesito attaccato, (perche sempre vno di quelli porta con seco la questione, si come nelli essempij sarà manifesto) si ponga nel terzo luogo, e quello delli altri due, che è della medesima cosa, cioè, che è simile al terzo, (Gl'essempij dichia-

Li num. nella regola del tre, in che modo si deuono disporre.

In che modo per la regola del tre si cerchi il 4. num. incognito.

raranno, in che consista questa similitudine) habbia il primo luogo, e l'altro tenga il luogo di mezzo, al quale il quarto, che si cerca, deue esser simile. Acconciati dico, i numeri in questo modo. Si moltiplichino il terzo, & quello di mezzo tra di loro, & il numero prodotto si partisca per il primo. Perche il num. Quotiente sarà il quarto, quale si cercaua, & sodisfarà alla questione proposta, cioè, il terzo numero hauerà à quello la medesima proportione, che il primo hà al secondo.

Essempio.

Con quattro scudi si comprano 12. libre di pepe, si dimanda, quante libre se ne possono comprare con 20. scudi. Quì tù vedi, che li 20. scudi hanno attaccata la questione, perche di quelli si cerca, quante libre ci possino dare. Al qual numero, è simile il numero di 4. scudi. Perche si come con 4. scudi si sono compre 12. libre; così con 20. scudi s'hanno da comprare altre libre, di modo, che l'vno, e l'altro numero è prezzo; Ma le 12. libre di pepe sono mercantie. Così adunque starà lìessempio.

Scudi.	Libre.	Scudi.	Libre.
4.	12.	20.	fanno 60.

Moltiplicando tra di loro il secondo, & il terzo numero, e partendo il prodotto 240. per il primo, ritrouaremo libre 60. per il quarto numero, che si cercaua. Doue tu vedi, che si come il primo numero 4. è la terza parte del secondo numero 12. così il numero terzo 20. è la terza parte del numero 60. ritrouato.

Vn'altro essempio.

Io spendo 60. scudi in cinque mesi, dimando in quanti mesi spenderò 132. scudi? Quì ancora tu vedi, la questione farsi delli 132. scudi, & à questo numero esser simile à quello di 60. scudi. Così adunque starà l'essempio.

Scu-

Scudi.	Mesi.	Scudi.		Mesi.
60.	5.	132.	fanno	11.

Moltiplicando il secondo, & terzo numero tra di loro, e partendo il prodotto numero 660. per il primo, ritrouaremo 11. mesi, nelli quali spenderò 132. scudi. Doue ancora tu vedi, che il terzo numero 132. contiene dodici volte il numero quarto 11. ritrouato, si come il primo 60. contiene il secondo 5. dodici volte.

La dimostratione di questa regola è questa. Perche la medesima proportione deue essere del primo num. al secondo, che del terzo al quarto ritrouato, come è stato detto, e nelli essempij proposti si vede; è necessario, per la propositione 19. del libro 7. di Euclide, che si produca il medesimo numero dalla moltiplicatione del primo numero per il quarto, che dalla moltiplicatione del secondo per il terzo si fa. *Dimostratione della regola del tre.*

Quando adunque il numero prodotto dal secondo per il terzo si diuiderà per il primo, acciò il quarto si troui, si come la regola del tre commanda, seguita, che 'l primo numero moltiplicato per il Quotiente, cioè, per il quarto numero ritrouato, produca il medesimo numero, che è stato diuiso, cioè, quello, che dal secondo per il terzo fù prodotto. Peroche qualunque numero diuiso per qual si voglia altro numero, se il partitore si moltiplicarà per il Quotiente, necessariamente di nuouo il numero, che fù diuiso, si rifarà, come nella terza proua della diuisione de i numeri intieri nel capitolo 5. è stato detto. Et il medesimo ancora si fa manifesto per la diuisione della Diuisione, e Moltiplicatione. Il che dichiararemo con questo essempio. Diuidasi il numero 12. per 4. e si faccia il Quotiente I. cioè, quello, che per la definitione della Diuisione data nel capitolo 5. contenga tante vnità, quante volte il numero 12. che è diuiso, contiene il partitore 4. Dico, che se moltiplicaremo il partitore 4. per il Quotiente 3. necessariamente di nuouo si produrrà il numero 12. che è diuiso. *Vn numero partito per vn'altro, se il partitore si moltiplicarà per il quotiente, perche causa di nuouo si produca il numero partito.*

uiso. Perche essendo, che per la definitione data della Moltiplicatione nel capitolo 4. si deue produrre vn numero, che tante volte contenga il partitore 4. che è vno de i numeri moltiplicando, quante volte il Quotiente 3. che è l'altro numero, che moltiplica, contiene l'vnità, & essendo, che il numero 12. che fu diuiso, contenga tante volte il Partitore 4. quante volte il numero Quotiente 3. rinchiude l'vnità, si come è stato detto; chiara cosa è, che dalla detta moltiplicatione del partitore 4. per il Quotiente 3. si produrrà il numero 12. che è diuiso. La medesima ragione è in tutti gl'altri numeri. Le quali cose essendo così, sarà per forza il numero Quotiente, per la regola del tre ritrouato, il quarto numero proportionale, che si cerca, come è manifesto per la detta propositione 19. del libro 7. di Euclide: poiche il medesimo numero si produce dal primo numero per il quarto, che dal secondo per il terzo, come habbiamo detto.

La proua della regola del tre.

Da quello che adesso scritto habbiamo, facilmente si raccoglie, in che modo si possi far la proua della regola del tre. Perche se il medesimo numero si produrrà dal primo numero moltiplicato per il quarto ritrouato, che dal secondo moltiplicato per il terzo, non è da dubitare, che sia stato bene ritrouato il quarto numero proportionale. Ma se non si farà il medesimo numero, bisognerà rifare l'operatione.

Vn' altra proua della regola del tre.

E nondimeno, è vsata da molti vn'altra maniera di prouare la regola del tre, che è questa. Pongasi il primo numero nel terzo luogo, & il terzo nel primo, e il quarto ritrouato nel mezzo. Percioche se secondo il precetto della regola del tre, si ritrouarà in questo modo il quarto numero, che prima era il secondo, sarà stata bene sciolta la questione proposta. Il primo essempio detto di sopra starà in questo modo per fare la proua.

Scudi.	Libre.	Scudi.		Libre.
20.	60.	4.	fanno	12.

Im-

Imperoche se è vero, che con 20. scudi si comprano 60. scudi, per amore, che con 4. scudi sono state compre libre 12. sequita necessariamente, che all'incontro con 4. scudi si comprino libre 12. per amore, che con 20. scudi si comprino libre 60.

Qualche volta nel fare più facile l'operatione, si compostiano due numeri delli tre dati, come il primo, & il secondo, ouero il primo, & il terzo ridurre à minori. Il che si farà, se tanto il primo, quanto il secondo, ouero tanto il primo, quanto il terzo, si diuiderà per alcuna commune misura conosciuta dell'vno, e dell'altro, ò che ella sia la massima, ò nò, & in luogo di quelli si ponghino li Quotienti. Come in questo essempio. *Varij compendij della regola del tre.*

4. 12. 20. fanno 60.

Perche il numero 4. misura il primo, & il secondo, se partendo l'vno, e l'altro per 4. si portano il Quotienti 1. & 3. il luogo d'essi. Così starà l'essempio.

1. 3. 20. fanno 60.

Di più, perche nel medesimo essempio il medesimo numero 4. numera il primo, & il terzo, se partendo l'vno, e l'altro per 4. piglino in cambio loro li Quotienti 1. & 5. Così starà il medesimo essempio.

1. 12. 5. fanno 60.

In oltre in questo seguente essempio.

36. 48. 63. fanno 84.

Perche il numero 12. misura il primo, & il secondo, se partendo l'vno, e l'altro per 12. li Quotienti 3. & 4. in luogo di quelli si ponghino. Così starà l'essempio.

3. 4. 63. fanno 84.

Così

Così perche il numero 9. miſura il primo, & il terzo nel medeſimo eſſempio, ſe partendo l'vno, e l'altro per 9. & in luogo di quelli nella regola ſi ponghino li Quotienti 4. & 7. Così ſtarà l'eſſempio.

4. 48. 7. fanno 84.

In queſto modo ancora la queſtione propoſta ſi ſcioglierà. Diuidaſi il ſecondo numero per il primo, & il terzo ſi moltiplichi per il Quotiente, ouero ſi diuida il terzo per il primo, & per il Quotiente ſi moltiplichi quello di mezzo. Perche nell'vno, e l'altro modo il numero prodotto ſarà il quarto proportionale, che ſi cerca. Come in queſto eſſempio.

60. 360. 132. fanno 792

Partendo il ſecondo numero per il primo, ſi fa il Quotiente 6. per il quale ſe ſi moltiplicarà il terzo numero, prouerrà il quarto 792. come ſe ſecondo il precetto della regola del tre haueſſi operato. Di più partendo il terzo numero per il primo, ſi fa il Quotiente $2.\frac{12}{60}$. cioè $2.\frac{1}{5}$. ouero $\frac{11}{5}$. per il quale ſe ſi moltiplicarà il ſecondo, ſi produrrà il medeſimo quarto 792.

Varie proue della regola del tre. Da queſto bene inteſo, potrai in varij modi far proua, ſe per la regola del tre ſia ben ritrouato il quarto numero, ò nò. Peroche, ſe per queſte varie operationi trouarai ſempre il medeſimo quarto numero, grande argomento ſarà, che l'operatione ſia ſtata ben fatta.

La dimoſtratione delli compendij della regola del tre. Ma ſe alcuno dimanderà, come poſſi eſſere, che per tante vie ſempre preueniamo al medeſimo ſcopo, ſappia, che tutta la cauſa di queſto dipende dalle proportioni. Peroche, eſſendo, che la medeſima proportione deue eſſere tra il primo numero, & il ſecondo, che tra il terzo, & il quarto, ſeguita, che ancora per la proportione permutata, ſia la medeſima proportione tra il primo, & il terzo, che tra il ſecondo, & il quarto; & ancora, per la proportione conuerſa, sa, la medesima tra il secondo, & il primo, che tra il quarto, & il terzo; e di più la medesima tra il terzo, & il primo, che tra il quarto, & il secondo. Essendo adunque sempre la medesima psoportione tra li Quotienti de i due numeri partiti per vn medesimo numero, che tra essi numeri, è cosa manifesta, se si diuiderà tanto il primo numero, quanto il secondo, ouero tanto il primo, quanto il terzo, per alcuna medesima commune misura, & in luogo d'essi numeri, si porranno li Quotienti, che sarà ancora la medesima proportione tra li Quotienti del primo, e secondo numero, che è tra il terzo numero, & il quarto; e così ancora la medesima porportione tra il Quotienti del primo, & terzo numero, che tra il secondo numero, & il quarto. Similmente perche diuidendosi qual si voglia numero per vn'altro numero, si produce il Denominatore della proportione, che hà il numero diuiso al partitore, & il Denominatore moltiplicando qual si voglia altro numero, produce vn numero, che hà la proportione al numero moltiplicato, denominata dal detto Denominatore: si fa chiaro, che diuidendosi il secondo, ouero il terzo numero per il primo, il Quotiente sia il Denominatore della porportione del secondo, ouero del terzo numero al primo. Onde, se per questo Quotiente si moltiplicarà il terzo numero, ouero il secondo, si produrrà il quarto, cioè, quello che hauerà la medesima proportione al terzo, che hà il secondo al primo: ouero la medesima al secondo, che hà il terzo al primo.

Ma perche spesso le questioni, che sì hanno da sciorre per la regola del tre, si propongono con ordine confuso, & alle volte ancora si ritrouano in vn numero diuerse monete, misure, ò pesi: finalmente non di rado auuiene, che il primo numero sia dissimile al terzo; di maniera, che facilmente, chi è poco prattico nelle cose Aritmetiche, possa inciampiare, e restare dubbioso, & impedito; esplicaremo per via di alcune questioni varie difficultà, che possono in questo negotio accadere, comincindo da quì. *Alcune quest. con le quali si dichiarano varie difficultà della regola del tre.*

I. Quanto vale vna libra di pepe, se 60. libre sono *Quest. 1.*

ſtate compre per 20. ſcudi? In queſta queſtione li numeri ſono poſti confuſamente, e fuora dell'ordine. Perche 1. libra, della qual è nel primo luogo ſi fa mentione, hà la queſtione anneſſa, e per queſto deue ſtare nel terzo luogo, & il numero di 60. libre nel primo, per eſſere ſimile al numero di 1. libra, ſi che con debito ordine douerebbe eſſere propoſta la queſtione in queſto modo, lib. 60. di pepe vagliono 20. ſcudi. Adunque 1. libra quanto coſtarà? ſi come vedi in queſto eſſempio.

Libre.	Scudi.	Libre.	Scudi.
60.	20.	1.	coſtarà $\frac{20}{60}$. ouero $\frac{1}{3}$.

E ritrouarai (ſe moltiplicarai il ſecondo numero per il terzo, & il prodotto 20. partirai per il primo) la valuta di 1. libra eſſere $\frac{20}{60}$. ouero $\frac{1}{3}$. d'vn ſcudo. Perche quando il minor numero ſi diuide per il maggiore, ſi fa vn rotto, il Numeratore del quale è il numero, che ſi diuide è il Denominatore è il partitore, come nel cap. 5. & 6. hauemo detto. Ma ſi ridurrà qual tu vuoi di queſte tre minutie, come dire la prima, à baiocchi in queſto modo. Moltiplichiſi il Numeratore 20. per 100. (perche 100. baiocchi fanno vn ſcudo) & il numero prodotto 2000. diuidaſi per il Denominatore 60. Percioche il Quotiente darà baiocchi 33. $\frac{20}{60}$. ouero 33 $\frac{1}{3}$. Tanto aponto haureſti ritrouato, ſe il Numeratore dell'altra minutia $\frac{1}{3}$. haueſſi moltiplicato per 100. & il prodotto haueſſi partito per il Denominatore 3. Ma ſe tù vorrai ridurre $\frac{1}{3}$. d'vn baiocco à quattrini, moltiplicarai il Numeratore 1. per 4. (che tanti quattrini fanno vn baiocco) & il prodotto partirai per il Denominatore 3. e ritrouarai quattrini 1. $\frac{1}{3}$. e così 1. libra coſtarà baiocchi 33. e quattrini 1. $\frac{1}{3}$.

Queſt. 2. II. Se libre 10. $\frac{2}{5}$. & oncie 7. $\frac{1}{2}$. di cera bianca coſtano ſcudi 2. e giulij 6. quanta cera ſi comprarà con 90. baiocchi? L'eſſempio ſtarà così.

Scu-

Scudi.	Giulij.	Libre.	Oncie.	Baiocchi.	Oncie.
2.	6.	$10\frac{2}{3}$.	$7.\frac{1}{2}$.	90. fano	$45.\frac{2}{2}\frac{0}{6}\frac{9}{0}$.

Ma perche nel primo numero, e terzo si contengo- *Che s'*
no diuerse monete, si doueranno ridurre tutte alla *habbia da*
minima moneta iui espressa, come dire à baiocchi; e *fare, quã-*
saranno nel primo numero baiocchi 260. Di più, per- *do ci in-*
che nel secondo numero si ritrouano diuersi pesi, si *teruengo-*
doueranno ancora ridurre à minimi iui espresso, co- *no diuer-*
me dire à oncie, delle quali 12. fanno vna libra. E sa- *se monete*
ranno in libre $10.\frac{2}{3}$. oncie $124.\frac{4}{3}$. alle quali s'aggion- *pesi, misu-*
gerai oncie $7.\frac{1}{2}$. farai oncie $132.\frac{-}{3}\frac{1}{-}\frac{-}{0}$. In che modo s'- *re, e num.*
habbiano à moltiplicare, ò diuidere tra di loro li rot- *rotti.*
ti, ò ch'essi stiano soli, ò attaccatisi à numeri intieri, l'habbiamo già mostrato nel cap. 13. & 14. Si che l'essempio ridotto starà così.

Baioc.	Oncie.	Baioc.	Oncie.
250	$132.\frac{-}{1}\frac{1}{-}\frac{-}{0}$.	90. fanno	$45.\frac{2}{2}\frac{0}{6}\frac{7}{0}$.

Ma è da notare in questo luogo, che la minutia prodotta dalla moltiplicatione del numero di mezzo per il terzo, ancorche il suo Numeratore sia maggiore del Denominatore, non si deue ridurre ad intieri, fino à tanto, che non sia finita la diuisione, acciò non s'impedisca l'operatione. Onde perche nel prossimo essempio la moltiplicatione del numero di mezzo per il terzo fa $\frac{1}{-}\frac{1}{-}\frac{9}{1}\frac{0}{0}\frac{7}{-}\frac{0}{-}$. s'hauerà da diuidere questa minutia per il primo numero, auanti che si riduca ad intieri; la quale diuisione darà questa minutia $\frac{1}{-}\frac{1}{2}\frac{9}{6}\frac{6}{0}\frac{7}{0}\frac{0}{-}$. che contiene oncie $45.\frac{1}{2}\frac{7}{6}\frac{0}{0}$.

III. Quanto costaranno $\frac{7}{8}$. d'vn braccio di panno, se con $\frac{1}{4}$. d'vn scudo, alcuno n'hauerà compro $\frac{1}{3}$. d'vn braccio? Così starà l'essempio. *Quest. 3.*

Bracc.	Scudi.	Bracc.	Scudi.
$\frac{1}{2}$.	$\frac{1}{4}$.	$\frac{7}{8}$. fanno	$1.\frac{3}{3}\frac{1}{1}$.

La moltiplicatione del numero di mezzo per il terzo

fa

fa la minutia $\frac{2}{3}\frac{1}{2}$. la quale, diuisa che sarà per il primo numero, si trouarà questa minutia $\frac{6}{3}\frac{3}{2}$. d'vn scudo, che fa scudi 1. $\frac{3}{3}\frac{1}{2}$. Ma ridotti à questa minutia $\frac{3}{3}\frac{1}{2}$. d'vn scudo à giulij, baiocchi, e quattrini, darà giulij 9. baiocchi 6. quattrini 3. $\frac{1}{2}$.

Quest. 4. IV. Vn scolaro volendo studiare 6. anni in vna vniuersità, s'accorse di hauer speso in 7. mesi, & 13. giorni scudi 200. giulij 7. baiocchi 8. $\frac{2}{7}$. si domanda adunque, di quanti denari hauerà bisogno. Così starà l'essempio.

Mesi	Gior.	Scu.	Giu.	Baio.	Anni.	Scudi.	Baioc.
7.	13.	200.	7.	8. $\frac{2}{7}$.	16. fan.	1956.	7. $\frac{1}{1}\frac{1}{5}\frac{9}{7}\frac{1}{5}$.

Quì nel primo numero gli mesi, e nel terzo gl'anni s'hanno da ridurre à giorni. Et à far questo, bisogna considerare, che mesi quelli siano, perche non tutti li mesi hanno il medesimo numero di giorni. Percioche se porremo li primi 7. mesi, incominciando da Gennaro, conterrano li detti 7. mesi nell'anno commune giorni 212. come quì vedi. (Ma nell'anno bisestile 213. atteso, che all'hora il Febraro hà giorni 29) aggiongendo li 13. giorni si faranno giorni 225. Dapoi si deue considerare quanti anni bisestili si contẽgano in detti 6. anni. Percioche per ogn'anno bisestile si deue aggiongere 1. giorno à giorni 365. d'vn anno commune. Onde se noi porremo, che si contenghino 2. anni bisestili, moltiplicaremo 6. anni per 365. giorni, & al prodotto num. aggiongeremo 2. acciò si faccino giorni 2192. Similmente nel numero di mezzo s'hanno da ridurre li scudi, e giulij à baiocchi, li quali saranno in tutto 20078. $\frac{2}{7}$. tal che l'essempio ridotto stia così.

Gennaro.	31.
Febraro.	28.
Marzo.	31.
Aprile.	30.
Maggio.	31.
Giugno.	30.
Luglio.	31.
	212.
	13.
	225.

Gior.	Baioc.	Gior.		Baioc.
225.	20078 $\frac{2}{7}$.	2192?	fanno	195607 $\frac{}{1}\frac{1}{1}\frac{9}{7}\frac{1}{5}$.

Vltimamente s'hauerà da ridurre il quarto num. ritrouato di baiocchi à ſcudi, e giulij. E trouerai tutti quelli baiochi fare ſcudi 195. giulij o. baiocchi 7 $\frac{}{1}\frac{1}{5}\frac{9}{7}\frac{1}{5}$. Tanti danari ſaranno neceſſarij à quel ſcolaro in quelli 6. anni, delli quali due ne ſiano biſeſtili. Queſt. 5.

Al medeſimo modo doppo l'operatione ſempre s'hà da ridurre la moneta del quarto num. alla maggiore, ſe ſi può. Così ancora li peſi, ouero miſure à maggiori peſi, ouero miſure; come l'oncia à libre; li palmi, ouero piedi à paſſi, e li paſſi à miglia.

V. Vno hà fatto in 7. giorni miglia 210. Domando in quanti giorni farà miglia 1600. caminando ogni giorno ſenza ſcemare, ò accreſcere il corſo. Così ſtarà l'eſſempio.

Miglia.	Gior.	Miglia.		Gior.
210.	7.	1600?	fanno	53 $\frac{}{2}\frac{7}{1}\frac{0}{0}$.

Queſto rotto $\frac{}{2}\frac{7}{1}\frac{0}{0}$. d'vn giorno nel quarto numero, ſe moltiplicaremo il Numeratore per 24. & il numero prodotto diuideremo per il Denominatore, ſi produrrà à hore 8.

VI. S'vn campo di 400. paſſi quadrati è ſtato comprato per ſcudi 100. giulij 7. baiocchi 8. quanto coſtarà vn campo di 1000. paſſi quadrati, & 4. piedi quadrati, & 3. palmi quadrati? Così ſtarà l'eſſempio. Queſt. 6.

Paſſi.	Scudi.	Giul.	Baioc.	Paſſi.	Piedi.	Palmi.
400.	100.	7.	8.	1000.	4.	4?

fanno Baioc. 25199 $\frac{1}{8}\frac{7}{0}\frac{6}{0}\frac{1}{0}\frac{5}{0}$.

Ridotti li ſcudi, e li giulij del ſecondo num. à baiocchi, e li paſſi, e li piedi del terzo num. à palmi dando 16. palmi quadrati à vn piede quadrato, & 25. piedi quadrati à paſſo quadratto; e ridotti li paſſi del primo numero ancora à palmi, dando à vn paſſo quadrato 400. palmi quadrati. Così ſtarà l'eſſempio.

Palmi	Baiocchi.	Palmi.		Baiocchi.
160000.	10078.	400067.	fanno	25199. $\frac{1}{8}\frac{7}{0}\frac{6}{0}\frac{1}{0}\frac{3}{0}$.

Il quarto numero de baiocc. contiene ſcudi 251. giulij 9. baiocchi 9. $\frac{1}{8}\frac{7}{0}\frac{6}{0}\frac{1}{0}\frac{3}{0}$.

Queſt. 7. VII. In vna fiera con 44. ſcudi ſono ſtate compre 52. braccia di vna certa ſorte di panno. Quanto adunque coſtaranno 260. braccia del medeſimo panno? Così ſtarà l'eſſempio.

Bracc.	Scudi.	Bracc.		Scudi.
52.	44.	260.	fanno	220.

Queſt. 8. VIII. Vno hà compro 52. braccia di panno per 44. ſcudi. Quante braccia adunque comprarà con 220. ſcudi? L'eſſempio ſtarà così.

Scudi.	Bracc.	Scudi.		Bracc.
44.	52.	220.	fanno	260.

Queſt. 9. IX. Vno hà compro con certa ſoma di denari 52. braccia di panno, e per il medeſimo prezzo hà compro dipoi 260. braccia di panno, le quali coſtorno ſcudi 220. Quanto adunque ſpeſe da prima? L'eſſempio s'ordinarà in queſto modo.

Bracc.	Scudi.	Bracc.		Scudi.
260.	220.	52.	fanno	44.

Queſt. 10. X. Comprò vno con 44. ſcudi alcune braccia di panno, & al medeſimo prezzo vn'altro dipoi con 220. ſcudi ne comprò 260. braccia. Quante braccia adunque ne comprò il primo? Così ſtarà l'eſſempio.

Scudi.	bracc.	Scudi.		Bracc.
220.	260.	44.	fanno	52.

Hò poſto queſti quattro vltimi eſſempij, nelli quali li medeſimi quattro numeri della regola del tre in

varij

varij modi tra di loro ſcambiano i luoghi, di maniera, che ogn'vno di quelli, come incognito, da gl'altri tre numeri conoſciuti ſi ritroui; affinche tù intendi, in che modo ti debbi gouernare nell'altre queſtioni ſimili à queſte.

RVGOLA DEL TRE, CHE CHIAMANO *Euerſa, ouero voltata all'indietro.* *Cap. XVIII.*

HAVEMO detto, nei quattro numeri della regola del tre eſſere la medeſima porportione del primo al ſecondo, che è del terzo al quarto: e conſeguentemente, (come dalla propoſ. 14. del libr. 5. di Euclid. ſi caua) ſe il primo è maggiore, ò minore del terzo, il ſecondo parimente eſſere maggiore, ò minore del quarto. Il che in tutti gl'eſſempij propoſti fin quì può eſſer manifeſto. Hora ſuole accadere alle volte, che quanto è maggiore il primo del terzo, tanto debbe eſſere minore il ſecondo del quarto, e quanto è minore il primo del terzo, tanto debba eſſera maggiore il ſecondo del quarto. Per il che all'hora ſi douerà tenere ſtrada contraria di quella, che già nella regola del tre inſegnato habbiamo; cioè, ſi douerà moltiplicare il primo numero per il ſecondo, & il numero prodotto diuidere per il terzo. Ma quando queſta regola del tre voltata all'indietro (che così la chiamano) ſi debba vſare, la ragione naturale facilmente ce n'inſegnarà, e manifeſtamente dalli ſeguenti eſſempij ſi può conoſcere, delli quali il primo ſia queſto.

Per la regola del tre voltata all'indietro, in che modo ſe ne caui il quarto numero.

I. Si compra da vno per fare vna veſte, 9. braccie di panno, la larghezza del quale è di tre palmi. Quante braccia adunque, per fare la medeſima veſte, ouero vn'altra ſimile, biſognarà comprarne d'vn'altro panno, la larghezza del quale ſia di 2. palmi? Perche la queſtione è del panno, che hà la larghezza di 2. palmi. Così ſtarà l'eſſempio.

Queſt. 1.

Palmi di larg.	Brac.	Palmi di larg.	Brac.
3	9.	2?	fanno $13\frac{1}{2}$.

Quì tu vedi chiaramente, che quanto è più ſtretto il ſecondo panno, tanto più Brac. ſono neceſſarie. Per la qual coſa, ancorche il primo numero ſia maggioro del terzo, nondimeno non per queſto il ſecondo numero deue ancora eſſere maggiore del quarto, ma minore, di modo, che la medeſima porportione, che hà il terzo al primo, habbia il ſecondo al quarto. Di quì è che il primo ſi deue moltiplicare per il ſecondo, e diuidere il numero prodotto per il terzo: perche acciò ſi ſerui la debita porportione, il terzo numero deue tenere il primo luogo nella regola del tre, ouero delle proportioni, come è ſtato detto, e quì ſi vede.

Palmi di larg.	Palmi di larg.	Brac.	Brac.
2	3.	9?	fanno $13\frac{1}{2}$.

Queſt. 1. II. Vno pigliò in preſto da vn'altro ſcudi 4000. per 3. anni; li quali quando li reſtituì, non ne volſe pigliare frutto veruno, ma lo richieſe ſolamente, che all'incontro gl'impreſtaſſe ancora denari. Gli diede dunque in preſto 7480. ſcudi. Quanto tempo adunque coſtui deue ritenere queſti denari, acciò venga ſodisfatto del ſeruitio fatto di 4000. ſcudi, che gli haueua preſtati? Perche il numero di 7480. ſcudi porta ſeco la queſtione, ſi doueranno diſporre li numeri in queſto modo.

Scudi.	Anni.	Scudi.	Anni.	Gior.	Hor.
4000.	3	7480?	fanno 1.	220	$13\ \frac{}{1}\ \frac{8}{8}\ \frac{9}{7}$.

Ancora quì è coſa chiara, douerſi maggior frutto à ſcudi 7480. che à ſcudi 4000. in tempo vguale: e per queſto eſſer dibiſogno di manco tempo, che 3. anni per guadagnare il medeſimo frutto, che ſi deue à 4000. ſcudi in 3. anni. Onde, ancorche il primo numero ſia minore, del terzo, non però ſarà il ſecondo do minore, del quarto, ma maggiore; in tal modo, che'l terzo al primo habbia la medesima proportione, che'l secondo hà al quarto. Onde è, che si dourà moltiplicare il primo per il secondo, & il numero prodotto diuidere per il terzo perche à seruare la debita proportione, il terzo numero deue tenere il primo luogo nella regola del tre, ouero delle proportioni, si come è stato detto, e quì è manifesto.

Scudi.	Scudi.	Anni.		Anni.	Gior.	Hor.
7480.	4000.	3.	fanno	1	120.	13. $\frac{1}{1}\frac{8}{8}\frac{9}{7}$.

III. Quando vna misura di grano si compra à 6. scudi, il pane compro per vn baiocco, secondo l'ordine di alcuna Città, hà di peso oncie 10. Hor se la medesima misura di grano si compra à 4. scudi, ouero à 8. quanto deue essere il peso del medesimo pane? Così staranno li essempij. Quest. 3.

Scudi.	Oncie.	Scudi.		Oncie.
6.	10.	4.	fanno	15.
6.	10.	8.	fanno	$7.\frac{1}{2}$.

La ragione stessa detta, che quanto il grano è à più buon mercato, tanto più debbia pesare il pane, e quanto il grano è più caro, tanto manco il pane d'vn medesimo prezzo debbia pesare. Imperoche tal proportione deue essere di 4. scudi à 6. ouero de 8. à 6. quale è del peso di 10. oncie al peso incognito, che si cerca. Onde secondo la regola del tre, ò delle porportioni, così s'hauerebbono da disporre i numeri.

Scudi.	Scudi.	Oncie.		Oncie.
4.	6.	10.	fanno	15.
8	6.	10.	fanno	$7.\frac{1}{2}$.

IV. Trenta lauoranti fanno vn'opera in 4. anni. In quanto tempo adunque finiranno la medesima 50. lauoranti, ouero 20. Ouero quanti lauoranti la fini- Quest. 4.

ranno in 2. anni, e giorni 147. Ouero in anni 4. e giorni 292. Questo essempio in quattro modi proposto così starà, ridotti prima gl'anni à giorni nelli vltimi due essempij.

Lauor.	Anni.	Lauor.		Anni.	Gior.
30.	4.	50.	fanno	2.	146.
30.	4.	20.	fanno	6.	0.

Gior.	Lauor.	Gior.		Lauor.
1460.	30.	876.	fanno	50.
1460.	30.	1752.	fanno	25.

Perche quanto più sono lauoranti, tanto manco tempo bisogna, e quanto manco sono, tanto più tempo ci vuole. Così ancora, quanto manco tempo è, tanto più lauoranti bisogna, e quanto è più tempo, tanto meno lauoranti. Adunque secondo la regola del tre, ò delle proportioni, così si porrebbono li numeri.

Lauor.	Lauor.	Anni.		Anni.	Gior.
50.	30.	4.	fanno	2.	146.
20.	30.	4.	fanno	6.	0.

Gior.	Gior.	Lauor.		Lauor.
876.	1460.	30.	fanno	50.
1572.	1460.	30.	fanno	25.

Quest. 5. V. Vn'essercito assediato, nel quale sono 8500. soldati, hà da viuere per 11. mesi, ma non ci è speranza alcuna di liberarsi dall'assedio, ne d'hauere soccorso se non doppo 25. mesi. Quanti soldati adunque si deuono ritenere, acciò li basti il vitto per 25. mesi? Così si doueranno assettare li numeri.

Mesi.	Soldati.	Mesi.		Soldati.
11.	8500.	25.	fanno	3740.

Si doueranno adunque ritenere 3740. soldati, perche à tanti bastarà il vitto per 25. mesi. Onde si doueranno cassare 4760. e mandarli via.

REGOLA DEL TRE COMPOSTA. Cap. XIX.

AVVIENE, che tal volta si pongano più che tre numeri conosciuti, mà talmente, che siano sempre tre principali, e l'altri à quelli aggionti manco principali, li quali ò denotano il tempo, ò il guadagno, ò il danno. Il che quando auuiene, si fa la regola del tre composta, & all'hora ouero s'hauerà da fare la regola del tre due, ò tre volte; ouero s'hauerà da moltiplicare ogni numero per li numeri à quello aggionti, acciò si faccino solamente tre numeri conosciuti, per li quali se ne caui il quarto incognito; Ouero s'hauerà da tentare qualche altra via. Il che dalli essempi, che seguono, sarà manifesto; nelle quali si risolueranno varie questioni intorno al guadagno, e perdita, interuenendosi ancora diuersità di tempi, e varietà di guadagno à ragione di tanto per 100.

La regola del tre cōposta, che cosa sia: & quando si faccia.

I. Sono 8. che viuono in compagnia, e ciascun di loro paga 6. scudi il mese. Quanto adunque sarà il prezzo del vitto di tutti per 4. anni? Questa questione così si proporrebbe bene. Vno il mese paga scudi 6. Quanto adunque pagaranno 8. in 4. anni, cioè, in 48. mesi? Così si porranno li numeri. *Quest. 1.*

Comp.	Mese.	Scudi.	Compag.	Mesi.		Scudi.
1.	1.	6.	8.	48.	fanno	2304.

Doue tù vedi, che'l primo numero d'vn compagno hà aggionto vn mese, & il terzo di 8. compagni stà aggionti 48. mesi. Prima adunque così si ordinarà la gola del tre. Se vno paga 6. ſcudi, quanti ne pagaranno 8. come quì ſi vede.

Compagni.	Scudi.	Compagni.		Scudi.
1.	6.	8.	fanno	48.

Paganno dunque 8. compagni in vn meſe 48. ſcudi, quando vno ne paga 6. in vn meſe. Dipoi vn'altra volta così ſi diſporrà la regola del tre. Se in vn meſe pagano 48. ſcudi, quanto pagaranno in 48. meſi? come quì ſtà eſpreſſo.

Meſi.	Scudi.	Meſi.		Scudi.
1.	48.	48.	fanno	2304.

TVTTAVIA più breuemente ſi riſoluerà la medeſima queſtione, ſe ſi moltiplicaranno tra di loro, tanto li due numeri poſti nel primo luogo della queſtione, quanto li due poſti nel terzo luogo, acciò ſi faccino tre numeri ſoli della regola del tre, in queſto modo.

	Scudi.			Scudi.
1.	6.	384.	fanno	2303.

Perche da queſta moltiplicatione ne naſce maggior numero di compagni per vn meſe, che è vguale al minor numero per più meſi. Come dalla moltiplicatione di 8. compagni per 48. meſi, ſi producono 384. compagni per vn meſe. Perche ſe in ogni meſe ſono 8. compagni, ſenza dubbio in 48. meſi, ſe ſempre s'accoſtaſſero nuoui compagni, ſi fariano 384. compagni: e così tanto pagaranno quelli 384. compagni in vn meſe, quãto 8. compagni in 48. meſi. Queſta è la cauſa, perche s'hanno da moltiplicare li numeri principali per li aggionti manco principali, che ſignificano tempo, ouero alcuna altra coſa, pur che non ſiano della medeſima coſa, che viene ſignificata per li numeri principali; perche altrimente nõ ſarebbono due numeri, ma vno. Come ſe in vn luogo ſiano

poſti

posti scudi, baiocchi, e quattrini, si riputaranno questi tre numeri per vn solo, essendo, che sono della medesima cosa, ouero, che tutti significano moneta. E la medesima ragione è proportionalmente nelle altre questioni di questa sorte.

II. Per 200. libre di certe mercantie portate per 100. miglia, si pagano scudi 4. Quanto adunque si doueranno pagare per 300. lib. portate per 400. miglia? Così li numeri si disporranno. Quest. 2.

Lib.	Miglia.	Scudi	Lib.	Miglia.	Scudi.
200.	100.	4	300.	400?	fanno 24.

Moltiplicati due numeri del primo luogo, e li due del terzo luogo tra di loro, si faranno tre numeri della regola del tre, in questo modo.

	Scudi.			Scudi.
20000.	4.	120000?	fanno	24.

Se questa medesima questione vorremo sciorre per la regola del tre triplicata due volte, così starà il primo essempio.

Lib.	Scudi.	Lib.		Scudi.
200.	4.	300?	fanno	6.

E così si douerebbono pagare scudi 6. per 300. libre portate per 100. miglia, per le quali sono state portate le 200. libre. Ma perche le 300. libre s'hanno da condurre per 400. miglia, così di nuouo nel secondo luogo starà l'essempio.

Miglia.	Scudi.	Miglia.		Scudi.
100.	6.	400?	fanno	24.

III. Tre persone consumano vn rubio di grano, compro per 3. scudi in 5. settimane. Quanta adunque è la spesa di ciascuno in vn dì? Così si doueranno ordinare li numeri. Quest. 3.

Per-

Perſone.	Settimane.	Scudi.	Perſone.	Gior.
3.	5.	3.	1.	1.

fanno Scudi $\frac{3}{105}$. cioè quattrinni 11. $\frac{3}{7}$.

Ma ridotte le 3. ſettimane à giorni, à fine che 'l primo numero, e terzo siano simili. Così, ſtarà l'eſſempio.

Perſone.	Giorni.	Scudi.	Perſone.	Giorni.
3.	35.	3.	1.	1.

fanno Scudi $\frac{3}{105}$. cioè quattrini 11. $\frac{3}{7}$.

Moltiplicati i due numeri del primo luogo, e li due del terzo tra di loro, si diſporranno i tre numeri della regola del tre, in queſto modo.

	Scudi.	Scudi.		Quattrini.
105.	3.	1.	fanno $\frac{3}{105}$.	cioè 11. $\frac{3}{7}$.

Per la regola del tre due volte replicata, così si riſoluerà queſta queſtione.

Perſone.	Scudi.	Perſone.	Scudi.
3.	3.	1.	1.

Giorni.	Scudi.	Giorni.	Scudi.	Quattrini.
35.	1.	1.	fanno $\frac{1}{35}$.	cioè 11. $\frac{3}{7}$.

Queſt. 4. IV. Se 300. ſcudi in 4. anni guadagnano 100. ſcudi. Che coſa guadagnaranno ſcudi 1580. in 7. anni? Moltiplicati li ſcudi, che s'eſpongono al guadagno, per il tempo aggiontoli. Così ſtarà l'eſſempio.

	Scudi.			Scudi.
1200.	100.	11060.	fanno	921. $\frac{2}{3}$.

Per la regola del tre due volte replicata, così l'eſſempio ſtarà.

Scudi.	Scudi del guadag.	Scudi.	Scudi del guadag.
300.	100.	1580.	fanno 526. $\frac{2}{3}$.

Anni

Di più.

Anni.	Scudi.	Anni.		Scudi.
4.	526. $\frac{2}{3}$.	7.	fanno	921. $\frac{2}{3}$.

V. Vno con 10. ſcudi in tre meſi hà guadagnato 4. ſcudi. In quanto tempo adunque con 10. ſcudi guadagnarà 2000. ſcudi? Queſta queſtione in niſſun modo ſi può ridurre alla ſemplice regola del tre, per eſſer'il tempo, nel quale li 100. ſcudi deuono guadagnare 2000. ſcudi, non conoſciuto; donde naſce, che queſto tempo non ſi poſſa moltiplicare per li 100. ſcudi. E però per diſtriccarla ſi douerà adoperare la regola del tre due volte, in queſto modo. Queſt. 5.

Scudi.	Scudi di guad.	Scudi.		Scudi di guad.
10.	4.	100.	fanno	40.

E così 100. ſcudi guadagnaranno 40. ſcudi in 3. meſi, nelli quali 10. ſcudi hanno guadagnato ſcudi 4. Per la qual coſa, per ſapere in quanto tempo 100. ſcudi ſiano per guadagnare 2000. ſcudi, ſi diſporrà la ſeconda volta la regola del tre, in queſto modo.

Scudi.	Meſi.	Scudi.		Meſi.
40.	3.	2000.	fanno	150.

Di modo, che ſe 10. ſcudi di 3. meſi guadagnano 4. ſcudi, li 100. ſcudi ſe ne guadagnaranno 2000. ſcudi in 160. meſi. Il che facilmente ſi prouarà, ſe la queſtione ſi proporrà in queſto modo: Se 10. ſcudi in 3. meſi guadagnano 4. ſcudi, in 150. meſi quanto guadagnaranno 100. ſcudi.

Imperoche ſi ritrouarà eſſere il guadagno ſcudi 2000. come quì ſi vede.

Scudi.	Meſi.	Scudi.	Scudi.	Meſi.		Scudi.
10.	3.	4.	100.	150.	fanno	2000

Per-

Perche se ciascuno tempo si moltiplicarà per il suo denaro, starà l'essempio ridotto alla semplice regola del tre, in questo modo.

30.	Scudi.			Scudi.
	4.	15000.	fanno	2000.

Quest.6. VI. Se 100. scudi in 8. mesi guadagnano 20. scudi, in quanto tempo li medesimi 100. scudi ne guadagnaranno scudi 3000. L'ordine delli numeri starà in questo modo.

Scudi.	Mesi.	Scudi.		Mesi.
20.	8.	3000.	fanno	12000.

Perche quando s'espone sempre la medesima somma al guadagno, non è necessario di porla tra li altri numeri. Et il medesimo si farà ancora, quando si propone il medesimo tempo, si come nel seguente essempio apparirà.

Quest.7. VII. Se 300. scudi in 7. mesi guadagnano 45. scudi, quanto guadagnaranno 1780. scudi nelli medesimi 7. mesi? Così starà l'essempio.

Scudi.	Scudi di guadag.	Scudi.		Scudi di guadag.
300.	45.	1780.	fanno	267.

Quest.8. VIII. Se ad ogni soldato ciaschedun mese si desse 4. scudi, quanti denari si spenderebbono per 13000. soldati in 9. mesi? Così starà l'essempio.

Soldati.	Mesi.	Scudi.	Soldati.	Mesi.	Scudi.
1.	1.	4.	13000.	9.	fan. 468000.

Quest.9. IX. Se à 10. caualli ogni giorno si danno 7. misure d'orzo, ò di auena, quante misure si doueranno dare, secondo la medesima distributione, à 100. caualli in 20. giorni? Così starà l'essempio.

Caual.	Gior.	Misure.	Caual.	Gior.	Misure.
10.	1.	7.	100.	20.	fanno 1400.

X. Se

X. Se 12. mietitori mietono 20. pezzi di terreno in 9. giorni, in quanto tempo 30. mietitori mieteranno 45. pezzi? Quì è necessaria la regola del tre due volte replicata, ma nel primo luogo però la Euersa; perche 30. mietitori hanno di bisogno di manco tempo per mietere 20. pezzi, che li 12. mietitori. Così adunque starà la regola del tre Euersa. Quest. 10.

mietit.	gior.	mietit.	gior.
12.	9.	30;	fanno 3. $\frac{3}{1}$.

E così in giorni 3. $\frac{3}{5}$. mieteranno 30. mietitori 20. pezzi. Per la qual cosa di nuouo così starà l'essempio per la regola ordinaria del tre.

pezzi.	gior.	pezzi.	gior.
20.	3 $\frac{3}{5}$.	45)	fanno 8. $\frac{1}{10}$.

XI. A Roma il ducato d'oro vale giulij 11. $\frac{1}{2}$. cioè baioc. 115. Quanti adunque pigliarò di questi ducati per 1000. scudi, delli quali ogn'vno vaglia 10. giulij, ouero 100. baiocchi? Ouero, se 20. ducati d'oro fanno 23. scudi, quanti duc. si faranno con 1000. scudi? L'vno, e l'altro essempio starà in questo modo, ridotti prima li 1000. scudi à baioc. 100000. nel primo essempio. Quest. 11.

Baioc.	Ducat.	Baioc.	Duc.
115.	1.	100000?	fanno 869 $\frac{13}{23}$.

Scudi.	Ducat.	Scudi.	Ducat.
23.	20.	1000?	fanno 869 $\frac{13}{23}$.

XII. Quanti scudi riceuemo per 4000. ducati, se lo scudo vale 100. baiocchi, & il ducato 115. baiocchi? Ouero se 20. ducati vagliono 23. scudi, quanti scudi si conterranno in 4000. ducati? Ridotti 4000. ducati del primo essempio à baiocchi 460000. Così starà l'vno, e l'altro essempio. Quest. 12.

Baioc.	Scudi.	Baioc.		Scudi.
100.	1.	460000.	fanno	4600

Ducati.	Scudi.	Ducati.		Scudi.
20.	23.	4000.	fanno	4600.

Queſt. 13. XIII. Vn mercante hà compro 300. libre d'vna certa mercantia per ſcudi 60. e deſidera ſapere, quanto guadagnarà per 100. ſe vende queſte medeſime 300 libre ſcudi 64. Ouero quanto perderà per 100. ſe le venderà per 57. ſcudi. Quì è manifeſto, ch'egli per 60. ſcudi vuol guadagnare 4. ſcudi: ouero perdere 3. ſcudi, come è chiaro, ſe il minor prezzo ſi cauarà dal maggiore. Di adunque: Se 60. ſcudi guadagnano 4. ouero ne perdono 3. quanto ne guadagnaranno, ouero ne perderanno ſcudi 100.

Scudi.	Guad. di Scudi.	Scud.		Guad. di Scudi.
60.	4.	100.	fanno	$6. \frac{2}{3}$.

Scudi.	Danno di Scud.	Scud.		Danno di Scudi.
60.	3.	100.	fanno	5.

Queſt. 14. XIV. Và cercando tra ſe vn mercante, quanto habbi da ſpendere in 100. libre d'vna certa mercãtia, che poi le medeſime vendute à 64. ſcudi, diano di guadagno ſcudi $6. \frac{2}{3}$. per 100. Chiara coſa è, che colui, che vuol guadagnare $6. \frac{2}{3}$. per 100. vuole, che li 100. ſcudi creſchino à $106. \frac{2}{3}$. Dì adunque; Se ſcudi $106. \frac{2}{3}$. che contengono il prezzo di 100. ſcudi, inſieme co'l guadagno di ſcudi $6. \frac{2}{3}$. prouengono da 100. ſcudi di che verranno li 64. ſcudi, che contengono il prezzo incognito delle 100. libre, inſieme co'l guadagno ancora incognito, che renda $6. \frac{2}{3}$. per 100.

prez. e guad.	Scudi.	prez. e guad.		Scudi.
$106. \frac{2}{3}$.	100.	64.	fanno	60.

Si doueranno adunque comprare 100. libre per ſcudi 60.

60. perche vendute dipoi per 64. ſcudi danno di guadagno ſcudi 4. per 100.

XV. E ſtata compra vna gioia, che ſe ſi venderà per 200. ſcudi, ſi perdono ſcudi 10. per 100. Quanto adunque coſtò quella gioia? Quì ancora è chiaro, che colui, che perde 10. per 100. fa 90. da 100. Di adunque: Se 90. ſcudi ſi fanno 100. da che ſi faranno ſcudi 200. Queſt. 15.

Scudi.	Scudi.	Scudi.		Scudi.
90.	100.	200.	fanno	222. $\frac{2}{6}$.

Coſtò adunque quella gioia ſcudi 222. $\frac{2}{9}$. Et à prouarlo dirai: Se da ſcudi 222. $\frac{2}{9}$. ſi fanno ſcudi 200. quanti ſi faranno da 100. Perche trouarai, che ſi faranno 90. ſcudi, e però farſi il danno di 10. ſcudi per 100. come quì vedi.

Scudi.	Scudi.	Scudi.		Scudi.
222. $\frac{2}{9}$.	200.	100.	fanno	90.

Ouero dirai: Se per ſcudi 222. $\frac{2}{9}$. perdono ſcudi 22. $\frac{2}{9}$. (perche ſe quella gioia à ſtata compra per ſcudi 222. $\frac{2}{9}$. e ſi riuende per 200. è coſa chiara, che ſi perde ſcudi 22. $\frac{2}{9}$.) per 100. ſcudi, che perderò? Perche trouarai il danno di 10. ſcudi, come quì ſi vede.

Scudi.	Danno di Scudi.	Scudi.		Danno di Scudi.
222. $\frac{2}{9}$.	22. $\frac{2}{9}$.	100.	fanno	10.

XVI. Vno hà compro 1000. canne di panno à vn certo prezzo, che ſe haueſſe ſpeſo 3. ſcudi di meno: e doppo l'haueſſe riuendute à 3600. ſcudi, haueria guadagnato 10. per 100. Quanto adunque coſtorno quelle 1000. canne di panno? Perche quello, che deſidera di guadagnare 10. per 100. vuole di 100. fare 110. però dirai così; Se 110. ſi fanno di 100. da che ſi faranno 3600. come quì vedi. Queſt. 16.

Scudi

Scudi.	Scudi.	Scudi.		Scudi.
110.	100.	3600?	fanno	$3272.\frac{8}{11}$.

Se adunque haueſſe voluto guadagnare ſolamente 10. per 100. ſarebbono coſtate quello 1000. canne di panno ſcudi $3272.\frac{8}{11}$. Perche ſe ſcudi $3272.\frac{8}{11}$. danno 3600. ſcudi, è neceſſario, che 100. ſcudi diano ſcudi 110. & però 10. ſcudi ſi guadagnaranno da 100. come quì ſi vede.

Scudi.	Scudi.	Scudi.		Scudi.
$3272.\frac{8}{11}$.	3600.	100?	fanno	110.

Ouero ſe ſcudi $3272.\frac{8}{11}$. guadagnano ſcudi $327.\frac{3}{11}$. (perche chi compra vna coſa per ſcudi $3272.\frac{8}{11}$. e dipoi la riuende per ſcudi 3600. neceſſariamene viene à guadagnare ſcudi $327.\frac{3}{11}$.) per forza 100. ſcudi guadagnaranno 10. ſcudi, come quì ſi vede.

Scudi.	guad. di Scudi.	Scudi.		guad. di Scudi
$3272.\frac{8}{11}$.	$327.\frac{3}{11}$.	100?	fanno	10.

Ma perche nella queſtione è ſtato aggionto, che colui guadagnarebbe 10. per 100. ſe haueſte compro quelle 1000. canne di panno 3. ſcudi meno, e l'haueſſe vendute à 3600. ſcudi, è coſa chiara, che hà ſpeſo 3. ſcudi più delli ſcudi $3272.\frac{8}{11}$. Per la qual coſa quelle 1000. canne di panno ſaranno coſtate ſcudi $3272.\frac{8}{11}$.

Queſt. 17. XVII. Vno hà compro 1000. cane di panno à vn certo prezzo, che ſe il fuſſero coſtate 6. ſcudi di più, e poi fuſſero ſtate vendute à 3600. ſcudi, n'hauerebbe perſo 10. ſcudi per 100. Quanto adunque fù il prezzo di quelle 1000. canne? Perche colui, che perde 10. per 100. fa 90. da 100. però dirai: Se 90. ſi fanno da 100. da che ſi faranno 3600?

Scudi.	Scudi.	Scudi.		Scudi.
90.	100.	3600?	fanno	4000.

Scu-

Scudi.	Scudi.	Scudi.	Scudi.
90.	100.	3600. fanno	4000.

Se adunque hauesse perso solamente 10. per 100. sarebbono costate 1000.canne di panno scudi 4000. Perche se 4000.scudi danno scudi 3600. bisogna, che scudi 100. diano scudi 90. che è cosa chiara. Ouero se 4000. scudi perdono 400.scudi.(Peroche chi compra alcuna cosa per 4000. scudi, e ne vende la medesima à scudi 3600. perde al certo scudi 400.) necessariamente scudi 100. ne perderanno. 10. come tu vedi quì.

Scudi.	Danno di Scudi.	Scudi.	Danno di Scudi.
4000.	400.	100. fanno	20.

Ma perche nella questione è stato aggionto, ch'egli hauerebbe perso 10.per 100.s'hauesse compre le 1000. canne à scudi 6. di più, e che poi l'hauesse vendute per scudi 3600. è cosa chiara, che hauerà speso scudi 6. manco di 4000. Per la qual cosa 1000.canne di panno costorono scudi 3994.

XVIII. Chi vende vna mercantia à 20. baiocchi la libra, guadagna 30. per 100. Quanto adunque guadagnarà, se la venderà à maggior prezzo, come dire à 14. baiocchi? Quì prima è necessario cercare quanto costa vna libra, che venduta à 20. baiocchi, dia di guadagno 30. per 100. come habbiamo insegnato nella questione 14. in questo modo: Se 130. (cioè, il prezzo, che è 100. & il guadagno, che è 30.) vengono da 100. come da prezzo, da che verranno 20.baiocchi, che contengono il prezzo incognito d'vna libra, & ancora insieme il guadagno incognito, che renda 30. per 100. Quest.18.

130. 100. 20. fanno $15.\frac{5}{13}$.

Costarà dunque vna libra $15.\frac{5}{13}$. baiocchi. Perche di quì nascerà, se baioc. $15.\frac{5}{13}$. (vendendo vna libra à baioc. 20.) guadagnano baiocchi. $4.\frac{8}{13}$. che con

K 100.

100. baioc. ſi guadagnano baioc. 30. come tu vedi quì.

15. $\frac{5}{13}$.   4. $\frac{2}{13}$.   100.   fanno 30.

Hora trouato il prezzo d'vna lib. eſſer baioc. 15. $\frac{5}{13}$. è coſa chiara, ſe vna lib. ſi venderà à baioc. 24. che da baioc. 15. $\frac{5}{13}$. ſi guadagnaranno baioc. 8. $\frac{8}{13}$. Per la qual coſa da baioc. 100. ſi guadagnaranno baioc 56. come quì vedi.

15. $\frac{5}{13}$.   8. $\frac{8}{13}$.   100.   fanno   56.

Queſt. 19. XIX. Chi vende 100. libre d'vna certa mercantia à 10. ſcudi, perde 10. per 100. Quanto adunque perderà per 100. ſe la venderà à minor prezzo, cioè à otto ſcudi? Quì ancora è neceſſario prima cercare, quanto coſtano quelle 100. libre, che vendute à 10. ſcudi diano di danno 10. per 100. ſi come habbiamo inſegnato nella queſtione 15. in queſto modo. Se 90. ſi fanno da 100. (perche chi perde 10. per 100. fa 90. da 100.) da qual numero ſi faranno 10.

90.   100.   10.   fanno   11. $\frac{1}{9}$.

Si ſono compre adunque quelle 100. lib. à ſcudi 11. $\frac{1}{6}$. Perche da quì ſeguitarà: Se ſcudi 11. $\frac{1}{9}$. (vendendo quelle 100. libre à 10. ſcudi) perdono ſcudi 1. $\frac{1}{9}$. che con ſcudi 100. ſi perdano 10. come quì tu vedi.

11. $\frac{1}{9}$.   1. $\frac{1}{9}$.   100.   fanno   10.

Ritrouato in queſto modo il prezzo di quelle 100. libre eſſer ſcudi 11. $\frac{1}{9}$. è coſa chiara, che ſe le medeſime 100. libre ſi vendano à ſcudi 8. che da ſcudi 11. $\frac{1}{9}$. ſi viene à perdere ſcudi 3. $\frac{1}{9}$. Per la qual coſa per 100 ſcudi ſe ne perderanno 28. come quì tu vedi.

11. $\frac{1}{9}$. 3. $\frac{1}{3}$. 100. fanno 28.

XX. Vn Mercante hà compro in Portogallo 50000. libre di pepe à scudi 10000. & iui per dogana pagò scudi 500. Et il nolo di là fino in Italia, costò scudi 300. E nel porto s'è pagata vn'altra gabella di scudi 200. Doppo la vettura del mare sino à Fiorenza costò 100. scudi, e li è stata pagata vn'altra gabella di 100. scudi. Et vltimamente alli ministri mandati per quel traffico per lor mercede, e vitto, sono stati dati scudi 1000. Hora stà in dubbio, à quanto habbia da vendere la libra, acciò che sopra ogni spesa guadagni 2. giulij per libra. Quì prima è necessario raccorre in vna somma tutte le spese fatte, acciò si habbia il prezzo, che con tutte quelle spese s'è speso per le 50000. libre. La quale somma contiene nel dato essempio 12200. scudi. Per il che se 50000. libre costano 12200. scudi, ouero 122000. giulij, vna libra costarà giulij 2. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{5}$. come quì vedi. Quest. 20.

	Scudi.
Pepe.	10000.
Dog.	500.
Nolo.	300.
Dog.	200.
Vettur.	100.
Dog.	100.
Minist.	1000.
	12200.

Lib.	Giul.	Lib.		Giul.
50000.	122000.	1.	fanno	2. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{5}$.

Adunque se ogni libra si venderà giulij 4. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{5}$. si guadagnarà per ciascuna giulij 2.

REGOLE DELLE COMPAGNIE.

CAP. XX.

La regola delle cōpagnie, quando serue, & come si fa.

SEguita la regola delle Compagnie di grande vtilità, e molto vsata da'Mercanti, la quale in vero tutta depende dalla regola del tre, come da gl'essempij, che seguiranno, si farà manifesto. E serue questa regola, quando più persone fanno compagnia, doue ciascuno mette vna certa somma di denari, e si fa in questo modo. Si raccoglino li denari di tutti in vna somma, e il num. raccolto si pone nel primo luogo della regola del tre, e nel secondo luogo si pone il guadagno commune, ò il danno, che prouiene dal denaro di tutti, e vltimamente nel terzo luogo si pongono li denari di ciascheduno separatamente, &c. Di maniera, che tante volte s'hà da fare la regola del tre, quanti sono gl'interessati nella compagnia. Ma quando interuiene diuersità di tempi, si doueranno moltiplicare li denari di ciascuno per il suo tempo, innanzi che si raccoglino tutti li denari in vna somma. Doppo si doueranno raccorre in vna somma questi numeri prodotti, per trouare il primo numero della regola del tre. E nel terzo luogo si porranno li numeri prodotti dalla moltiplicatione dei denari di ciascuno nel suo tempo separatamente, posto però di nuouo il guadagno, ò il danno commune, nel luogo di mezzo. Ilche nelli essempij sarà manifesto: delli quali il primo sia questo.

Quante volte la regola del tre si hà da fare nella regola delle cōpagnie. Che si debba fare nella regola delle cōpagnie, quando ci è diuersità di tēpi.

Quest. 1.

I. Quattro Mercanti fatto compagnia, hanno guadagnato in certe fiere 6000. scudi. Il primo di quelli diede solamente 60. scudi. Il secondo 100. Il terzo 120. Et il quarto 200. Si dubita hora, quanto di quel guadagno deue hauere ciascun di quelli, hauendo riguardo al denaro, che hà messo. Primamente si deue raccorre la somma delli denari di tutti, che è 480. scudi.

di. Dipoi si deue fare quattro volte la regola del tre, in questo modo. Se 480. scudi, che sono li denari raccolti dalli denari di tutti, hanno guadagnato scudi 6000. che guadagnaranno scudi 60. che scudi 100. che 120. e che 200. che ciascheduno hà posto? come quì si vede.

		Scudi.		Guad. di Scudi.
Scud.	Guad. di Scud.	60.		750. del primo.
		100.		1250. del secōdo.
480.	6000.	120.	fanno	1500. del terzo.
		200.		2500. del quarto.
				6000.

Fatta l'operatione, come vuole la regola del tre, trouarai il primo douer pigliare scudi 750. il secondo 1250. il terzo 1500. & il quarto 2500.

La proua di questo sarà, se li guadagni di tutti in vna somma raccolti faranno tutto il guadagno, come nel proposto essempio vedi esser stato fatto.

II. Tre Mercanti, comprate che hanno delle mercantie, caricano vna naue. Le mercantie del primo Quest. 2.
costorno scudi 300. del secondo scudi 500. del terzo scudi 180. Doppo sopragionta vna gran tempesta, sono state buttate in mare le mercantie più graui, che costauano scudi 400. e sono conuenuti tra loro, che questa berdita sia commune. Quanto danno adunque toccarà à ciascuno à ragione delle mercantie d'ogni vno? Raccolgansi in vna somma li scudi di tutti, & il numero raccolto 980. si ponga nel primo luogo nella regola del tre, & il danno commune nel secondo, e li denari di ciascheduno nel terzo, come quì vedi.

		Scudi.		Danno di Scudi.
Scud.	Danno di Scu.	300.		$122.\frac{440}{980}$. primo.
980.	400.	500.	fanno	$204.\frac{80}{980}$. secondo.
		180.		$73.\frac{460}{980}$. terzo.

Il primo adunque perderà scudi $122.\frac{440}{980}$. il secondo $204.\frac{80}{980}$. & il terzo $73.\frac{460}{980}$.

Queſt.3. III. Tre vogliono comprare 4000. libre di zuccaro, che ſi ſtimano da 500. ſcudi. Il primo però ne vuole libre 1300. Il ſecondo 1460. & il terzo le libre 1240. che reſtano. Quanto adunque pagarà ciaſcuno di loro? Di: Se 4000. libre vagliono 500. ſcudi, quanto valeranno 1300. e quanto 1460. e quanto 1240. libre quali ciaſcheduno vuol pigliare? E ritrouarai il primo douer pagare ſcudi 262. $\frac{1}{2}$. Il ſecondo 282. $\frac{1}{2}$. & il terzo 155. come quì vedi.

		Scudi.		Scudi.
Lib.	Scudi.	(1300.)		(162. $\frac{1}{2}$. del primo.
4000.	500.	(1460.)	fanno	(182. $\frac{1}{2}$. del ſecondo.
		(1240.)		(155. del terzo.

Queſt.4. IV. Tre fatta la compagnia, hanno guadagnato ſcudi 1000. Il primo hà meſſo ſcudi 200. li quali doppo 8. meſi ridimandò. Il ſecondo diede ſcudi 450. e doppo 6. meſi gli rihebbe. Il terzo finalmente poſe ſcudi 500. e gli laſciò nel traffico 10. meſi. Quanto adunque toccarà à ciaſcuno di guadagno, hauendo riguardo alli denari, e tempo? Moltiplichiſi il denaro d'ogn'vno per il ſuo tempo, e li numeri prodotti ſi raccolgano in vna ſomma per il primo numero della regola del tre. E nel ſecondo ſi ponghi il guadagno, e nel terzo quei tre numeri prodotti. Nel noſtro eſſempio dalli denari del primo per il ſuo tempo ſi fanno ſcudi 1600. Dalli denari del ſecondo per il ſuo tempo, 2700. Dalli denari del terzo per il ſuo tempo, 5000. e la ſomma raccolta da queſti numeri è 9300. Così adunque ſtarà l'eſſempio.

	Guad. di			Guad. di Scudi.
	Scudi.	(1600.)		(172.) $\frac{5}{93}$. del primo.
9300.	1000.	(2700.)	fanno	(290.) $\frac{30}{93}$. del ſecondo.
		(5000.)		(537.) $\frac{59}{92}$. del terzo.

Queſt.5. V. Tre fatta la compagnia hanno guadagnato ſcudi 1000. Il primo hà poſto ſcudi 300. per 10. meſi. Il ſecondo hà poſto ſcudi 700. Il terzo ſcudi 800. Et il

primo

primo del guadagno hà pigliato ſcudi 500. Il ſecondo 300. & il terzo 200. Quanto tempo adunque ſono ſtati nel traffico li denari dell'altri due? Perche, come nella queſtione precedente è ſtato detto, s'hà da moltiplicare li denari di ciaſcuno nel ſuo tempo, moltiplicaremo per tanto li denari del primo per il ſuo tẽpo, e faremo 3000. E da queſto prodotto viene il guadagno del primo. Acciò dunque ſappiamo, da'quali prodotti prouenghino li guadagni de gl'altri due. Diremo: Se 500. ſcudi (che è il guadagno del primo) viene da 3000. da che verranno 300. & 200. ſcudi, che ſono li guadagni de gl'altri due? come quì ſi vede.

Guad. di Scudi.	Guad. di Scudi.		
590. 3000.	300. 200.	fanno	1800. del ſecondo. 1200. del terzo.

Adunque il tempo del ſecondo moltiplicato per il denaro ſuo fa 1800. e del terzo 1200. Per il che ſe partiremo 1800. per 700. cioè, per li denari del ſecondo, ritrouaremo meſi $2.\frac{4}{7}$. ne i quali dal ſecondo ſono ſtati eſpoſti al guadagno li ſcudi 700. Così ſe partiremo 1200. per 800. cioè, per li denari del terzo, ritrouaremo meſi $1.\frac{1}{2}$. per il terzo.

Eſperimentarai queſto eſſer così, ſe in queſto modo proporrai la compagnia. Tre fatta la compagnia, hanno guadagnato ſcudi 1000. Il primo hà poſto ſcudi 300. per 10. meſi. Il ſecondo ſcudi 700. per meſi $2.\frac{4}{7}$. Il terzo ſcudi 800. per meſi $1.\frac{1}{2}$. Quanto adunque ciaſcheduno à ragione delli ſuoi denari, & à proportione del tempo pigliarà dal guadagno? Se moltiplicaremo li denari di ciaſcuno per il ſuo tempo, faremo delli denari del primo nel ſuo tempo, 3000. ſcudi. Delli denari del ſecondo per il ſuo tempo, 1800. e delli denari del terzo nel ſuo tempo, 1200. e queſti tre prodotti fanno la ſomma di 6000. Così adunque ſtarà l'eſſempio.

	Guad. di Scudi.			Guad. di Scudi.
6000.	1000.	(3000. 1800. 1200.)	fanno	(500. del primo. 300. del secondo. 200. del terzo.

Doue tù vedi esser riuscito il guadagno di ciascuno, come nella questione si proponeua. Adunque li tempi delli due vltimi sono stati ritrouati giustamente.

Quest. 6. VI. Quattro anno fatto compagnia di durarsi due anni, e hanno guadagnato scudi 1000. Il primo nel principio della compagnia pose scudi 3000. e doppo passatto l'ottauo mese ne cauò da quelli scudi 1000. Doppo nel principio del vigesimo mese hà posto di nuouo scudi 1200. Il secondo da principio hà dato scudi 2400. e doppo passati 6. mesi ne hà leuati scudi 800. ma al principio del decimosesto messe di nuouo ne pose scudi 1400. Il terzo nel principio della compagnia pose scudi 2000. e passati 7. mesi ripigliò tutti li suoi denari, ma nel principio del decimo ottauo mese di nuouo pose scudi 1600. Il quarto finalmente nel principio del settimo mese pose scudi 1800. e doppo 4. mesi finiti ne pigliò scudi 900. ma nel principio del decimosettimo mese di nuouo diede scudi 1500. Quanto adunque ciascheduno pigliarà dal commune guadagno à ragione delli suoi denari, e tempo? Quì diligentemente s'hà da ricercare, quanti denari ciascuno hà posto, e per quanto tempo, &c. Il che acciò si faccia più chiaro, l'essempio proposto esplicaremo in questa maniera.

Perche il primo nel principio della compagnia hà dato scudi 3000. e ne rihebbe 1000. doppo 8. mesi finiti, è cosa chiara, quello hauer posto nel commun traffico scudi 3000. per 8. mesi. Moltiplicando adunque 3000. per 8. faremo 24000. E perche doppo 8. mesi passati ne cauò scudi 1000. è cosa certa, esser restati in compagnia commune scudi 2000. insino al fine del decimonono mese, quando ne portò di nuouo altri denari.

Leuando dunque 8. mesi da 19. rimangono 11. mesi, nelli quali espose solamente scudi 2000. e moltiplicando 2000. per 11. faremo 22000. Doppo questo, perche di nuouo diede scudi 1200. nel principio del vigesimo mese, insino al fine del secondo anno, è cosa manifesta, che s'aggiongeremo questi 1200. scudi alli 2000. scudi, quello nel commun traffico hauer hauuto per quei 5. mesi, che restauano delli due anni, scudi 3200. Moltiplicando adunque 3200. per 5. faremo 16000. Hora raccogliendo insieme questi prodotti 24000. 22000. 16000. in vna somma, faremo 62000. il qual numero sarà, quanto pose il primo, prodotto però dalli denari, e tempo del medesimo.

Parimente perche il secondo per 6. mesi diede scudi 2400. percioche passato il 6. mese, ne leuò scudi 800. moltiplicaremo per tanto 2400. per 6. e faremo 14400. E perche nel principio del decimosesto mese, si dice, che pose nuoui denari, è cosa chiara, esso dal principio del settimo mese, infino al fine del decimoquinto, cioè, per 9. mesi hauer hauuto nella compagnia commune, scudi 1600. che auanzano, leuati che saranno scudi 800. da 2400. Moltiplicando adunque 1600. per 9. faremo similmẽte 14400. Doppo perche si dice nel principio del decimosesto mese di nuouo hauer posto scudi 1400. è cosa chiara, questo denaro esser stato dato fuori per li 9. mesi restanti delli due anni. Alle quali se s'aggiongeranno scudi 1600. che ancora stanno nel commun traffico, si faranno scudi 3000. che per quelli vltimi 9. mesi furono nel traffico commune. Moltiplicando adunque 3000. per 9. faremo 27000. e raccolti questi tre prodotti 14400. 14400. 27000. in vna somma, faremo 55800. per il numero del secondo, prodotto però dalli denari, e dal tempo del medesimo.

Doppo questo, perche il terzo per 7. mesi hà contribuito scudi 2000. poiche 7. mesi passati, se li ritogliò, moltiplicaremo per tanto 2000. per 7. e faremo 14000. Ma perche al principio del decimo ottauo mese di nuouo diede fuora scudi 1600. Moltiplicaremo 1600. per 7. (perche tanti mesi restano delli due anni) e faremo 11200. e raccolti questi due prodotti 1400. 11200. in vna ſomma, faremo 25200. cioè, il numero prodotto dalli denari, & del tempo del terzo mercante.

Perche finalmente il quarto nel principio del ſettimo meſe per 4. meſi poſe ſcudi 1800. moltiplicaremo 1800. per 4. & faremo 7200. Ma perche finiti li 4. meſi ripigliò ſcudi 900. laſciando ſolo ſcudi 900. che furno nel traffico per 6. meſi, dal principio dell' vndecimo meſe inſino al fine del decimoſeſto meſe, quando di nuouo poſe denari, moltiplicaremo 900. per 6. faremo 5400. Ma perche nel principio del decimoſettimo meſe poſe di nuouo ſcudi 1500. inſino al fine delli due anni, alli quali ſe aggiongeremo ſcudi 900. che ancora ſono nel commun traffico, faremo 2400. Moltiplicando adunque 2400. per 8. meſi, che reſtano delli due anni, faremo 19200. & raccolti queſti tre prodotti 7200. 5400. 19200. in vna ſomma, faremo 31800. per il numero prodotto dalli denari, & tempo del quarto Mercante.

Hora raccogliendo in vna ſomma queſti quattro numeri 62000. 55800. 25200. 31800. che ſono prodotti dalli denari, & tempi di ciaſchedũno, faremo 174800. per il primo numero della regola del tre, & nel ſecondo ſarà il guadagno commune, e nel terzo il numero prodotto dalli denari, e tempi di ciaſcuno, come nella quarta queſtione è ſtato detto. Così adunque ſtarà l'eſſempio.

174800.	10000.	62000. 55800. 25200. 31800.

fanno	$3546.\frac{1592}{1728}.$	del primo.
	$3192.\frac{384}{1748}.$	del ſecondo.
	$1441.\frac{1132}{1748}.$	del terzo.
	$1819.\frac{388}{1748}.$	del quarto.

Queſt. 7. XII. Tre fanno compagnia. Il primo pone ſcudi 400. Il ſecondo ſcudi 300. e baiocchi 86. Il terzo ſcudi

di 1009. giuli 7. baiocchi 9. Et in questo traffico hanno hauuto mala sorte, e hanno scapitato di tutta la somma scudi 160. Quanto è adunque il danno di ciascuno? Ridotta ogni cosa à baiocchi, si faranno per il primo 40000. baiocchi per il secondo 30086. e per il terzo 100079. la somma de qual è 170165. Così adunque starà l'essempio.

	Baioc.		Danno di Baioc.
Se	170165.	fanno	10000.

	Baioc.		Danno di Baioc.
Che faranno.	40000.	fanno	$2350.\frac{112250}{170165}$.
	30086.		$1768.\frac{8280}{170165}$.
	100079.		$5881.\frac{49635}{170165}$.

VIII. Tre hanno fatto compagnia. Il primo portò *Quest.* 8.
scudi 200. e gli lasciò nella compagnia 12. mesi. Il secondo contribuì scudi 240. Il terzo pose vna collana d'oro, il prezzo della quale ridomandò passati 10. mesi. Il guadagno acquistato fù di scudi 138. e fatta la debita distributione, il primo hebbe scudi 60. il secondo 48. & il terzo 30. Quanti mesi adunque lasciò il secondo li denari contribuiti nella compagnia, e quanti scudi è stata stimata la collana d'oro, acciò le dette portioni del guadagno si douessero à ciascuno? Perche il denaro di ciascheduno deue esser moltiplicato per il suo tempo, moltiplicaremo li 200. scudi del primo per 12. mesi, e faremo 240. Per questo num. gli toccorno di guadagno scudi 60. Dì adunque, acciò tù sappi con che num. il secondo acquistò il guadagno di scudi 48. Se 60. scudi vennero da 2400. donde sono venuti scudi 48. Come quì vedi.

60. 2400. 48. fanno 1920.

E ritrouarai 1920. Il qual numero è prodotto da scudi 240. del secondo nel suo tempo. Partendo adunque il detto numero 1920. per 240. ne verranno mesi 8. nelli quali li denari del secondo furono nel traffico. Di

nuouo

nuouo acciò tu sappi, che con numero il terzo habbi acquistato il guadagno di scudi 30. dì: Se il guadagno di scudi 60. nasce da 2400. donde verrà il guadagno di scudi 30. del terzo? Ouero, se il guadagno di scudi 48. è prouenuto da 1920. donde verrà il guadagno di scudi 30. del terzo? Come quì vedi.

60.	2400.	30.	fanno	1200.
48.	1920.	30.	fanno	1200.

Peroche sempre ritrouarai il numero 1200. il quale è prodotto da 10. mesi del terzo nelli suoi denari, cioè, nel prezzo della collana. Partendo adunque questo numero 1200. per 10. mesi, ne vscirà il valor della collana, cioè, scudi 120. li quali il terzo per 10. mesi pose nel traffico.

Conoscerai, che la cosa stà così, se in questo modo proponerai la compagnia. Tre fatta la cõpagnia, hanno guadagnato scudi 138. Il primo hà dato scudi 200. per 12. mesi Il secondo scudi 240. per 8. mesi. Et il terzo scudi 120. per 10. mesi. Quanto adunque del guadagno si deue à ciascuno di loro? Peroche moltiplicati li denari di ciascuno per il suo tempo, ritrouarai il guadagno di ciascuno, si come è stato detto nella questione, come quì si vede.

	Guad. di Scudi.			Guad. di Scudi.
5520.	138.	2400.		60. del primo.
		1920.	fanno	48. del secondo.
		1200.		30. del terzo.

Quest. 9. IX. Tre fatta la compagnia da durare per vn'anno, hanno guadagnato vna certa somma di scudi. Il primo da principio pose 1000. scudi. Il secondo doppo passatti due mesi diede certa somma di denari. Finalmente il terzo quattro mesi doppo 'l secondo pose ancor lui non sò che somma di denari, che non si sà. Finita però la compagnia, participorno tutti vgualmente del guadagno. Quanto adunque il secondo, e quanto il terzo diede in questa compagnia? Moltiplicando il

1000.

1000. ſcudi del primo per 12. meſi, nelli quali li laſciò nella compagnia, ſi faranno ſcudi 12000. e tanto à punto ſi deue fare ancora delli denari del ſecondo nel ſuo tempo, e parimente delli denari del terzo nel ſuo tempo, poiche deuono hauere vgual guadagno. E perche il ſecondo laſciò nel traffico li ſuoi denari 10. meſi, ſe partiremo 12000. per 10. ritrouaremo li denari del ſecondo eſſere ſtati ſcudi 1200. Ma ſe li partiremo per 6. meſi, nelli quali il terzo eſpoſe li ſuoi denari, ritrouaremo li denari del terzo eſſere ſtati ſcudi 2000. Perche in queſta maniera dalli denari di ciaſcuno nel ſuo tempo ſi produrrà il numero 12000. che terrà il terzo luogo nella regola del tre e perciò tutti tre haueranno vgual guadagno, quantunque ſia ſtato quel guadagno commune. Perche ſe il guadagno, commune, per eſſempio, fuſſe ſtato ſcudi 900. e queſti tre numeri 12000 12000. 12000. che dalli denari di ciaſcuno da per ſe nel proprio tempo ſono prodotti, ſi raccoglieſſero in vna ſomma, così ſtarebbe l'eſſempio.

36000. 900. (12000. 12000. 12000.) fanno (3000. 3000. 3000.)

X. Tre in vn commun traffico hanno guadagnato Queſt. 10.
ſcudi 190. li quali così tra di loro hanno diſtribuiti, che la parte del primo fuſſe tre volte più della parte del ſecondo, e quattro volte più della parte del terzo, Et il primo poſe per 12. meſi ſcudi 80. il ſecondo diede li ſuoi denari per 8. meſi, & il terzo per 4. Quanto adunque ciaſcheduno di queſti due vltimi hanno poſto in queſta compagnia, e che coſa ciaſcuno hà preſo del guadagno? Moltiplica li denari del primo, cioè, ſcudi 80. per il ſuo tempo, cioè, per 12. meſi, e farai 960. Di queſto numero pigli $\frac{1}{3}$. cioè 320. E ſimilmente $\frac{1}{4}$. cioè 240. Percioche queſti ſono li numeri, che ſi deuono produrre dalli denari delli due vltimi nelli ſuoi tempi. Perche à queſto modo il guadagno del ſecondo ſarà $\frac{1}{3}$. del guadagno del primo,

&il

& il guadagno del terzo sarà $\frac{1}{4}$. del medesimo, si come anco il numero 320. dal quale ne nasce il guadagno del secondo, è $\frac{1}{3}$. del numero 680. dal quale si produce il guadagno del primo, & il numero 240. che partorisce il guadagno del terzo, è $\frac{1}{4}$. del medesimo numero 960. Se adunque partiremo 320. per 8. mesi del secondo ritrouaremo scudi 40. che furono inuestiti dal secondo. E se diuideremo 240. per 4. mesi del terzo, si produranno 60. scudi per il terzo. Perche à questo modo li denari di ciascheduno da per se moltiplicati per li suoi tempi, produrranno li numeri 960.320.240. il primo de quali è triplo del secondo. e quadruplo del terzo. Donde ne segue, che ancora i guadagni haueranno le medesime proportioni, come quì vedi.

		(960.)		(120.
1520.	190.	(320.)	fanno	(40. di guadagno.
		(240.)		(30.

Quest. 11. XI. Tre fatta la compagnia, posero nel commune traffico scudi 1520. e hanno guadagnato scudi 190. quali (hauendo risguardo alli denari, che ciascheduno hà posto) così trà loro l'hanno partiti. Il primo hà hauuto 120. il secondo 40. Che cosa dunque hà hauuto il terzo, e che cosa ciascheduno pose in detta compagnia? Se si cauarà il guadagno del primo, dipoi quello del secondo da tutto il guadagno, rimarrà il guadagno del terzo: scudi 30. Conosciuto adunque il guadagno di ciascheduno da per se, dirai? Se tutto il guadagno di 190. scudi à prouenuto dalli denari communi di scudi 1520. da che hà origine il guadagno del primo 120. scudi, & il guadagno del secondo di scudi 40. & il guadagno del terzo di scudi 30. E ritrouarai il primo hauer portato nella compagnia scudi 960. il secondo 320. & il terzo 240. come quì vedi.

		(120.)		(960. del primo.
190.	1520.	(40.)	fanno	(320. del secondo.
		(30.)		(240. del terzo.

La

La proua si farà, se darai: Se 1520. che è la somma delli denari che ciascheduno contribuì; hanno quadagnato 190. quanto guadagnaranno 960. 320. e 240. Perche ritrouarai li guadagni essere 120. 40. & 30.

XII. Tre fatta la compagnia, portarono in quella, 1520. scudi, con li quali hanno guadagnato scudi 190. Il primo, fatta la distributione, hebbe scudi 1080. il qual numero è composto dal suo capitale, e dal guadagno, che gli toccò per conto delli denari, che pose. Similmente il secondo pigliò scudi 360. & il terzo 270. Quanto adunque ciascheduno pose, e quanto hà guadagnato? Fatta vna somma delli denari, che tutti hanno posti, e dal commun guadagno, la quale è 1710. dirai: Se 1710. cioè, il capitale, e guadagno di tutti prouengono da 1520. cioè, dalli denari di tutti, da che veranno 1080. che è il numero, che contiene li denari, & il guadagno del primo; & donde nasceranno 360. cioè, il denaro, e guadagno del secondo; e da qual numero si produrranno 270. il qual numero contiene li denari, e guadagno del terzo? E ritrouarai in questo modo li denari, che ciascheduno da per se hà posto, come quì è chiaro. Quest. 12.

		(1080.)		(960. del primo.
1710.	1520.	(360.)	fanno	(320. del secondo.
		(270.)		(240. del terzo.

Leuando adunque li denari di ciascuno del numero, che li tocca, restarà il guadagno solo. Così ritrouarai il guadagno del primo essere scudi 120. del secondo 40. e del terzo 30.

XIII. Due in vn traffico commune hanno guadagnato scudi 200. delli quali al primo ne toccorno scudi 50. Il secondo però diede il doppio più del primo, e di più scudi 8. Quanto adunque l'vno, e l'altro hà posto? Perche il primo hà guadagnato scudi 50. e cosa chiara, il secondo, che hà posto il doppio più, hauer guadagnato scudi 100. e perciò gl'altri 50. scudi che auanzano di tutto il guadagno di 200. scudi, esser guadagno di scudi 8. li quali di più il secondo Quest. 13.

pose

pose adunque per hauere li denari, che l'vno, e l'altro pose, dirai: Se 50. scudi che restorno, prouengono da 8. scudi li quali il secondo di più diede, da che si produrrano 50. scudi, che il primo hà guadagnato, e da che 100. scudi che hà guadagnato il secondo? E ritrouarai in questo modo il primo hauer posto scudi 8. & il secondo 16. come quì vedi.

50. 8. [50.] fanno (8.
[200.] (16.

Se adunque aggiongerai 8. à 16. scudi del secondo, farai 24. scudi, che il secondo pose in quella compagnia.

La proua di questo sarà, se 8. scudi, & 24. che l'vno, e l'altro contribuirno raccorrà in vna somma, che è 32. e dirai: Se 32. hanno guadagnato 200. quanto guadagnarano 8. e quanto 24. Perche ritrouarai il guadagno del primo essere 50. e del secondo 150. come quì vedi.

32. 300. (8.) fanno (50.
(24.) (150.

XIV. Due fecero compagnia. Il primo pose scu-
Quest. 14. di 120. & il secondo 180. e pigliorno vn Procuratore con questa conditione, che dal guadagno pigliasse 10. per 100. Il guadagno però è stato 1000. scudi. Quanto adunque deue hauere il Procuratore, & l'vno, e l'altro di quelli? Di: Se 100. danno 10. al Procuratore, che daranno 1000. e ritrouarai scudi 100. che si deuono al Procuratore à ragione di 10. per 100. Leuati adunque questi 100. scudi da tutto il guadagno, cioè, da tutti 1000. scudi, restano scudi 900. per il guadagno dell'vno, e dell'altro. Di adunque: Se 300. scudi, che ambedue posero, hanno guadagnato scudi 900. quanto guadagnaranno scudi 120. e quanto 180. come quì si vede.

300. 900. (120.) fanno (360.
(180.) (540.

Tre

XV. Tre fecero compagnia, e guadagnorno scudi 1520. Il primo contribuì scudi 1080. & il secondo 360. ma il terzo pose tanti denari, che gli toccorno del guadagno scudi 240. Quanto adunque questo terzo pose, e quanto hà guadagnato ciascheduno di quei due primi? Leua scudi 240. che il terzo hà guadagnato, da tutto il guadagno di scudi 1520. & auanzaranno per il guadagno delli due primi scudi 1280. Dì adunque? Se 1440. scudi, che il primo, e secondo posero, hanno guadagnato 1280. quanto guadagnaranno scudi 1080. del primo, e quanti scudi 360. del secondo? E ritrouarai il guadagno del primo essere 960. e del secondo 320. come quì vedi. Quest. 15.

$$1440. \quad 1280. \quad \begin{pmatrix} 1080. \\ 360. \end{pmatrix} \quad \text{fanno} \quad \begin{pmatrix} 960. \\ 320. \end{pmatrix}$$

Percioche in questa maniera il guadagno di tutti sarà scudi 1520. Ma per sapere, quanti denari pose il terzo. Dì: Se il guadagno delli primi due di scudi 1280. hà origine di scudi 1440. li quali sono stati posti da loro nella detta compagnia, donde verrà il guadagno di scudi 240. del terzo? E ritrouarai 270. scudi, come quì vedi.

1280. 1440. 240. fanno 270.

XVI. Tre hanno posto vguali somme di denari, e hanno guadagnato scudi 1000. in vn'anno. Il primo lasciò il suo denaro in compagnia 7. mesi. Il secondo leuò il suo doppo 6. mesi; ma il terzo lasciò il suo insino alla fine dell'anno. Quanto adunque ciascheduno pigliarà del guadagno? Raccolti tutti li mesi, ne i quali lasciorno li suoi denari, che faranno la somma di 25. Dirai: Se 25. mesi guadagnano 1000. quanto guadagnaranno 7. mesi, e quanto 6. e quanto 12. come quì è stato fatto. Quest. 16.

$$25. \quad 1000. \quad \begin{pmatrix} 7. \\ 6. \\ 12. \end{pmatrix} \text{ fanno } \begin{pmatrix} 280. \\ 240. \\ 480. \end{pmatrix}$$

Che questo sia vero, è cosa chiara, atteso, che li guadagni di tutti fanno scudi 1000. che si diceua tutti hauere guadagnati.

Lo prouarai nondimeno à questo modo. Fingi, che ciascuno habbia posto scudi 100. e moltiplicali per il tempo di ciascuno, e farà 700. 600. & 1200. Raccolti doppo tutti questi numeri in vna somma, che è 2500. dì; Se 2500. guadagnano 1000. quanto guadagnarono 700. 600. & 1200. Imperoche ritrouarai li medesimi guadagni, che prima, come quì vedi.

$$2500. \quad 1000. \quad \begin{pmatrix} 700. \\ 600. \\ 1200. \end{pmatrix} \text{ fanno } \begin{pmatrix} 280. \\ 240. \\ 480. \end{pmatrix}$$

Quest. 17. XVII. Quanto in compagnia hanno guadagnato scudi 340. li quali così tra loro sono stati distribuiti, hauendo risguardo alli denari, che posero, che quante volte il secondo hà hauuto 5. tante volte il terzo habbia hauuto 9. e quante volte il terzo hà hauuto 7. tante volte il quarto habbia hauuto 11. E finalmente quante volte il quarto hà hauuto 9. tante volte il primo habbia hauuto 13. il primo diede scudi 286. Quanto adunque gl'altri hanno posto, e quanto ciascheduno hà riportato dal guadagno? Quì s'esprimono le proportioni delli guadagni, e consequentemente ancora delli denari, dalli quali vẽgono li quadagni. Imperoche li guadagni sono proportionali alli denari posti. Perche adunque il primo tante volte deue hauere 13. quante volte il quarto 9. sarà proportione delli denari esposti la medesima, che è da 13. à 9. per amor che vn medesimo numero moltiplicando 13. & 9. produce li denari dell'vno, e dell'altro, poiche tante volte in quelli del primo deuono esser contenuti il 13. quante volte in questi del quarto li 9. Dì adunque:

Se

Se 13. danno scudi 286. che il primo hà posto, quanto daranno 9. e ritrouarai scudi 198. che il quarto pose, come quì vedi.

13. 286. 9. fanno 198.

Doue tu vedi, tante volte essere contenuto il 9. in 198. quante volte il 13. in 286. si ritroua.

Ma perche si dice, che il quarto deue hauere 11. tante volte, quante volte il terzo hà 7. sarà per tanto tal proportione di 198. alli denari del terzo, che è da 11. à 7. Dì adunque. Se 11. danno 198. quanto daranno 7. e ritrouarai li denari esposti dal terzo esser scudi 126. come quì si vede.

11. 198. 7. fanno 129.

Doue ancora è manifesto, tante volte essere contenuto il 7. nel 126. quante volte il 11. in 198. si ritroua.

Di nuouo perche il terzo tante volte deue hauere 9. quante volte il secondo hà 5. sarà per questo tale proportione di 126. alli denari del secondo, che è da 9. à 5. Dì adunque: Se 9. danno 126. quanto mi daranno 5. ritrouarai li denari posti dal secondo esser scudi 70. come quì si vede.

9. 126. 5. fanno 70.

Doue ancora si vede, tante volte ritrouarsi il 5. in 70. quante volte il 9. in 126. si contiene.

Hauuti in questa maniera, li denari, che ciascheduno pose, ritrouaremo il guadagno di quelli, come nell'altre compagnie. Imperoche raccolti li denari di tutti in questa somma 680. Diremo: Se 680. guadagnano 340. quanto guadagnaranno 286. 70. 126. 198. che il primo, secondo, terzo, e quarto hanno posto? come quì si vede.

		(286.)		(143. del primo.
		(70.)		(35. del secondo.
680.	340.	(126.)	fanno	(63. del terzo.
		(198.)		(99. del quarto.

Doue chiaramente tu vedi, tutti li guadagni fare 340. e tante volte essere contenuto il 13. in 143. quante volte il 9. in 99. e tante volte il 5. in 35. quante volte il 9. in 63. e tante volte il 7. in 63. quante volte 11. in 99.

Quest. 18. XVIII. Tre vogliono partire tra di loro scudi 760. con questa conditione, che ogni volta, che il primo hauerà 10. scudi, il secondo n'habbia 7. & il terzo 2. Quanto adunque hauranno da pigliare per vno? Raccogli insieme 10. 7. & 2. acciò habbi 19. Doppo dì: Se 19. danno 760. quanto daranno 10. 7. & 2. come quì vedi.

		(10.)		(400. del primo.
19.	760.	(7.)	fanno	(280. del secondo.
		(2.)		(80. del terzo.

Quest. 19. XIX. Quattro vogliono partire tra di loro scudi 785. con questo patto, che quante volte il primo hauerà 10. tante volte il secondo habbia sette, ma quante volte il secondo hauerà 14. tante volte il terzo habbia 3. & vltimamente quante volte il terzo hauerà 12. tante volte il quarto habbia 9. Quanto adunque ciascheduno pigliarà? Acciò si renda più facile l'operatione, si douerà cominciare dall'vltimo, cioè, dal quarto, il quale per maggior facilità poniamo hauere vna volta 9. Hauerà adunque il terzo vna volta 12. Ma perche quante volte il terzo hà 3. tante volte il secondo deue hauere 14. se partiremo il numero 12. del terzo per 3. ritrouaremo il Quotiente 4. che mostra nel 12. quattro volte essere contenuto il 3. Moltiplicaremo adunque 14. per il detto Quotiente 4. e ritrouaremo 56. cioè, il numero del secondo, nel quale il 14. tante volte si contiene, quante volte il 3. nel

12. ſi ritroua. E perche quante volte il ſecondo hà 7. tante volte il primo deue hauere 10. Se partiremo 56. cioè, il numero del ſecondo per 7. ritrouaremo il Quotiente 8. che moſtra nel 56. eſſer contenuto il 7. otto volte. Moltiplicaremo adunque 10. per queſto Quotiente 8. e produrremo 8. cioè, il numero nel primo, nel quale tante volte ſi contiene il 10. quante volte il 7. in 56. E così le parti del numero dato 785. deuono hauere le proportioni di queſti numeri 80. 56. 12. 9. Perche in queſta maniera tante volte il primo hauerà 10. quante volte il ſecondo 7. E tante volte il ſecondo 14. quante volte il terzo 3. E quante volte il terzo 12. tante volte il quarto 9. Raccolti adunque quei numeri in vna ſomma, che ſarà 157. Dì: Se 157. danno 785. quanto daranno 80. 56. 12. & 9. come quì vedi.

157.	785.	80. 56. 12. 9.	fanno	400. del primo. 280. del ſecondo. 60. del terzo. 45. del quarto.

In vn'altro modo così ſi ſcioglierà la medeſima, queſtione propoſta. Perche quando il primo hà 10. il ſecondo hà 7. porremo 10. per il primo, & 7. per il ſecondo. Doppo perche quando il ſecondo hà 14. il terzo hà 3. diremo: Se 14. del ſecondo ſono 7. quanto ſaranno 3. del terzo? e ritrouaremo 1. $\frac{1}{2}$. e tal proportione hauerà la poſitione del ſecondo alla poſitione del terzo, quale hà 7. à 1. $\frac{1}{2}$. cioè, [tante volte ſaranno 14.] nel 7. quante volte il 3. in 1. $\frac{1}{2}$. Di nuouo, perche quando il terzo hà 12. il quarto hà 9. diremo: Se 12. del terzo ſono 1. $\frac{1}{2}$. quanto ſaranno 9 del quarto? e ritrouaremo 1. $\frac{1}{8}$. e tal proportione hauerà la poſitione del terzo alla poſitione del quarto, quale hà 1. $\frac{1}{2}$. à 1. $\frac{1}{8}$. cioè, tante volte ſaranno 12. nel 1. $\frac{1}{2}$. quante volte il 9. nel 1. $\frac{1}{8}$. Hora raccogliendo queſti numeri 10. 7. 1. $\frac{1}{2}$. 1. $\frac{1}{8}$. in vna ſomma faremo 19 $\frac{5}{8}$. Onde diremo. Se 19. $\frac{5}{8}$. danno 785. quanto daranno 10. 7. 1. $\frac{1}{2}$. 1. $\frac{1}{8}$. come quì vedi.

		(10.)		(400. del primo.
$19.\frac{5}{8}$.	785.	(7.)	fanno	(280. del secondo.
		($1\frac{1}{2}$.)		(160. del terzo.
		($1\frac{1}{8}$.)		(45. del quarto.

Queſt. 20. XX. Quattro Capitani, ſei Alfieri, & 100. Soldati nel ſacco d'vna Città preſero vna caſa, doue fecero bottino di 72400. ſcudi, li quali tra di loro così hanno partiti, che quante volte ciaſchedun Capitano pigliò 8. tante volte ogni Alfiere ne preſe 5. & ogni ſoldato 3. Quanto adunque toccarà à ciaſcuno di quella preda? Moltiplica il numero 4. delli Capitani per 8. cioè, per il numero, che tante volte ciaſchedun Capitano deue hauere, quante volte gl'altri 5. & 3. e farai 32. Similmente moltiplica il numero 6. delli Alfieri per 5. & il numero 100. delli ſoldati per 3. e farai 30. & 300. faranno la ſomma 362. Dì adunque: Se 362. danno 72400. quanto daranno 32. 30. & 300. come quì vedi.

		(32.)		(6400.
362.	72400.	(30.)	fanno	(6000.
		(300.)		(60000.

Si che li quattro Capitani pigliorono da quella preda 6400. ſcudi, e gli ſei Alfieri 6000. e li cento ſoldati 60000. che tutti inſieme fanno la ſomma delli ſcudi ſettantadue milla, e quattrocento ritrouata. Hora ſe partiremo li ſcudi 6400. delli Capitani per il numero 4. delli Capitani, ritrouaremo ciaſcuno di loro hauer hauuto ſcudi 1600. E ſe diuideremo gli 6000. ſcudi delli Alfieri per ſei, ritrouaremo eſſer toccato à ciaſcuno ſcudi mille. E finalmente ſe li ſcudi 60000. delli ſoldati diuideremo per cento, ritrouaremo ciaſcheduno hauer hauuto ſcudi ſei cento. Doue chiaramente tu vedi, tante volte l'otto eſſere contenuto nel mille, e ſei cento, quânte volte il cinque nel mille, & il terzo nel 600. cioè, 200. volte.

Queſt. 21. XXI Trouandoſi vno vicino à morte, che haueua

vna

vna figliuola, & vn figliuolo, il quale ſi diceua eſſer morto nella guerra, coſi laſciò, che fuſſe partita tra la moglie, e la figliuola la heredità di ſcudi 18088. che la moglie ne haueſſe $\frac{2}{3}$. e la figliuola $\frac{1}{3}$. Ma ſe per ſorte il figliuolo ritornaſſe, che eſſo ne haueſſe $\frac{2}{3}$. Hora accadde, che'l figliuolo ritorna. In che modo adunque queſta heredità hà da eſſere diſtribuita, acciò ſi ſodisfaccia alla volontà del Teſtatore? E coſa chiara, queſta domanda non poterſi intendere così, come ſuonano le parole. Perche ſe il figliuolo ne piglia $\frac{2}{3}$. la moglie non ne potrà hauere $\frac{2}{3}$. e la figliuola $\frac{1}{3}$. Per la qual coſa tutti gl'Aritmetici, eſpongono la volontà del Teſtatore eſſer ſtata, che il figliuolo n'haueſſe il doppio più della moglie, e la moglie il doppio più che la figliuola, ſi come la proportione di queſte minutie $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$. che è dupla (perche la minutia $\frac{2}{3}$. contiene due volte la minutia $\frac{1}{3}$.) par che moſtri. Si che il numero 18088. ſi douerà diuidere in tre parti, in tal modo, che la prima contenga la ſeconda due volte, e la ſeconda abbracci ſimilmente la terza due volte, cioè, che habbino proportione dupla continua. Il che ſi farà in queſto modo. Poni la terza eſſere 1. Sarà la ſeconda adunque 2. e la prima 4. che tutte fanno 7. Dì adunque: Se 7. danno 18088. che daranno 4. 2. 1. come quì vedi.

		(4.)		(10336. del figliuolo.
7.	18088.	2.	fanno	5168. della moglie.
		(1.)		(2584. della figliuola.

XXII. Tre trouorno vna borſa con ſcudi 3042. li quali così tra di loro diſtribuirono. Il primo pigliò $\frac{1}{2}$. il ſecondo $\frac{1}{3}$. & il terzo $\frac{1}{4}$. Quanto adunque toccò à ciaſcuno? Quì ancora ſi vede manifeſtamente, la queſtione non poterſi intendere, come ſuonono le parole. Perche ſe il primo ne haueſſe pigliato $\frac{1}{2}$. & il ſecondo $\frac{1}{3}$. non hauerrebbe potuto il terzo pigliarne $\frac{1}{4}$. Perche queſte tre minutie ſono più d'vn'intiero, atteſo, che fanno $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{2}$. Per queſto il ſenſo è, che il numero dato ſi diuida in tre parti, le quali habbino le me- Queſt. 22.

deſime proportioni tra di loro, che queſte minutie $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. E per far queſto, ſi ritroui vn numero numerato dalli Denominatori. Il minimo numero quì è 12. ritrouato per quello, che hauemo ſcrito nel cap. 10. Da queſto numero pigli $\frac{1}{2}$. cioè 6. & $\frac{1}{3}$. cioè 4. & $\frac{1}{4}$. cioè 3. le quali parti raccogliendo inſieme hauerai 13. Dì adunque: Se 13. danno 3042. quanto daranno 6. 4. & 3. come quì vedi.

13.	3042.	(6.)	fanno	(1404. del primo.
		(4.)		(936. del ſecondo.
		(3.)		(702. del terzo.

La proua ſarà queſta. Riduci le date minutie alla medeſima denominatione, come dire à $\frac{6}{12}$. $\frac{4}{12}$. $\frac{3}{12}$. Perche queſte minutie haueranno le medeſime proportioni, che hanno li Numeratori. E le medeſime hanno li tre numeri ritrouati 1404. 936. 702. che è coſa manifeſta.

Queſt. 23. XXIII. Tre hanno trouatò vn ſacchetto con 1407. ſcudi, li quali così trà di loro partirono. Il primo ne pigliò $\frac{1}{2}$. il ſecondo $\frac{3}{5}$. il terzo $\frac{8}{11}$. Quanto adunque ciaſcuno ne pigliò? Quì ancora il ſenſo è, che il dato numero ſi diuida in tre parti proportionali alle date minutie, altrimente ſaria impoſſibile, che la queſtione poteſſe ſtare. Ritrouato adunque per il cap. 10. il minimo numero 110. che contiene le dette minutie, pigli la ſua metà, 55. e tre quinti, 66. & otto vndecimi, 80. e tutte queſte parti raccogli in vna ſomma 201. e dì: Se 201. danno 1407. quanto daranno 55. 66. & 80. come quì vedi.

		(55.)		(385. del primo.
201.	1407.	(66)	fanno	(462. del ſecondo.
		(80.)		(560. del terzo.

La proua ſi farà, come nella queſtione paſſata. Perche ridotte le date minutie alla medeſima denominatione, come dire à $\frac{55}{110}$. $\frac{66}{110}$. $\frac{80}{110}$. haueranno li tre numeri ritrouati le medeſime proportioni, che han-

hanno queste minutie, cioè, li Numeratori di quelle ch'è cosa chiara.

XXIV. Quattro vogliono partire tra di loro scudi 396. in tal modo, che'l primo ne habbia $\frac{1}{2}$. e di più 10. Il secondo $\frac{3}{5}$. manco 20. Il terzo $\frac{1}{3}$. e di più 8. E finalmente il quarto $\frac{1}{4}$. manco 6. Quanto adunque ciascuno ne pigliarà? In questa sorte di questioni leua da tutta la somma li numeri, che oltre le parti dette si deuono pigliare, & aggiongi gl'altri numeri, che deuono mancare à dette parti, alla medesima somma. Come, quì leua 10. & 8 rimarrà 378. aggiongi di nuouo 20. & 6. e farai 404. Doppo ritrouato il minimo numero 60. che contiene le date minutie, del quale $\frac{1}{2}$. è 30. & $\frac{3}{5}$. 36. & $\frac{1}{3}$. 20 & $\frac{1}{4}$. 15. li quali numeri tutti fanno 101. Di adunque: Se 101. danno 404. (il qual numero è fatto dalla raccolta, e sottrattione delli dati numeri di tutta la somma 396.) che daranno 30. 36. 20. & 15. come quì vedi. Quest. 24.

101.	404.	30.	fanno	120. del primo.
		36.		144. del secondo.
		20.		80. del terzo.
		15.		60. del quarto.

Adunque questi quattro numeri ritrouati, hanno le medesime proportioni che le dette minutie: Ma in vna somma raccolti fanno 404. e non 396. come propone la questione. Che se al primo aggiongerai 10. per fare 130. e dal secondo leuarai 20. per far restare 124. & al terzo aggiongerai 8. per fare 88. e finalmente dal quarto leuarai 6. per far restare 54. faranno questi quattro numeri, 369. Ma accioche habbino le dette proportioni, si haueranno da leuare prima, & aggiongere quelli numeri, che sono stati aggionti, e leuati: Sì che veramente 130. à 124. habbia la medesima proportione, che $\frac{1}{2}$. à $\frac{3}{5}$. se prima si cauaranno 10. da quello, & à questo s'aggiongeranno 10. Di modo, che con ragione se dirà, il numero 130. contenere $\frac{1}{2}$. e di più 10. ma il numero 124. contenere $\frac{3}{5}$. manco 20. &c.

XXV.

Quest. 25. XXV. E vna cisterna, che hà da basso tre cannelle disuguali; aperta la maggiore, si versa tutta l'acqua in 2. hore, & aperta la mezzana, si versa tutta in tre hore; e finalmente aperta la minore, si versa tutta in 6. hore. In quanto tempo adunque vscirà fuora tutta l'acqua, aprendosi tutte tre le cannelle, posto, che da principio insino al fine per ciascheduna venghi l'acqua fuora sempre vniformamente nel medesimo modo? Ritrouato il minimo numero, che sia misurato da i tempi espressi nella questione, cioè, dalle hore 1.3. & 6. il quale quì è 6. dirai: Se la maggior cannella in 2. hore vota vna cisterna, quante cisterne votarà in 6. hore? e ritrouarai 3. Similmente, se la cannella mezzana vota vna cisterna in tre hore, quante cisterne votarà in 6. hore? e ritrouarai 2. Di più se la cannella più piccola vota vna cisterna in 6. hore, quante cisterne votarà in 6. hore? e ritrouarai 1. come quì vedi.

Hore.	Cisterna.	Hore.	Cisterna.
2.			3.
3.	1.	6.	2.
6.			1.

Hora raccolti in vna somma questi tre numeri ritrouati 3.2.1. per fare 6. di: Se 6. cisterne si votano in 6. hore, in quanto tempo se ne votarà vna? e ritrouarai in vn'hora. Il che prouarai in questo modo. Se la maggior cannella vota tutta la cisterna in 2. hore, e la mazzana in 3. e la più piccola in 6. quanta parte della cisterna ciascheduna cannella votarà in 1. hora? come quì è stato posto.

Hore.	Cisterna.	Hore.	Cisterna.
2.			$\frac{1}{2}$.
3.	1.	1.	$\frac{1}{3}$.
6.			$\frac{1}{6}$.

Perche ritrouarai, che la maggior cannella vota $\frac{1}{2}$. della cisterna, e la mezzana $\frac{1}{3}$. e la più piccola $\frac{1}{6}$.

le

le quali parti tutte fanno vna ciſterna intiera.

Queſta medeſima queſtione così ancora ſi può proporre. In vna ciſterna, che hà nella cima tre cannelle diſuguali; la maggiore riempie la ciſterna in 2. hore, la mezzana in 3. e la più piccola in 6. Adunque in quanto tempo tutte inſieme empiranno la ciſterna? e ritrouarai, che in 1. hora.

Similmente così ancora ſi può proporre: Sono tre maeſtri; il primo finiſce vn'opera in 2. anni; il ſecondo in 3. & il terzo in 6. Adunque in quanto tempo tutti inſieme finiranno la medeſima opera? e ritrouarai, che in 1. anno.

Ma le queſtioni di queſta ſorte ſi poſſono ancora riſoluere in queſto modo. Cerchiſi per la regola del tre, quant'acqua ciaſcuna cannella votarà in vn'hora? e li tre numeri ritrouati ſi raccolghino in vna ſomma. Perche ſe queſta ſomma farà vna ciſterna, ſi ricercarà vn'hora, acciò tutte le cannelle votino tutta la ciſterna; ma ſe non ſarà 1. ciſterna, ſi ritrouarà il tempo deſiderato per la regola del tre, come in queſto eſſempio ſarà manifeſto. Sono tre maeſtri. Il primo finiſce vna certa opra in 6. anni. Il ſecondo in 9. Il terzo in 18. In quanto tempo adunque tutti inſieme la medeſima opra finiranno? Dì: Se il primo finiſce in 6. anni vn'opra, & il ſecondo in 9. & il terzo in 18. quanto farà ciaſcuno in vn'anno? come quì vedi.

Vn'altro modo di ſciorre queſta ſorte di queſtioni.

Anni.	Opra.	Anni.	Opra.
6.)			($\frac{1}{6}$. del primo.
9.)	1.	1.	($\frac{1}{9}$. del ſecondo.
18.)			(1 $\frac{1}{2}$. del terzo.

Tutti queſti tre numeri ritrouati fanno $\frac{1}{3}$. Dì adunque: Se $\frac{1}{3}$. dell'opra ricerca vn'anno, quanti anni ricercarà vn'opra intiera? e ritrouarai 3. anni. Ilche prouarai, come di ſopra, ſecondo che quì vedi.

Anni.	Opra.	Anni.	Opra.
6.)			($\frac{1}{2}$. del primo.
9.)	1.	3.	($\frac{1}{3}$. del ſecondo.
18.)			($\frac{1}{6}$. del terzo.

Imperoche ritrouarai, il primo finire in 3. anni, $\frac{1}{2}$. dell'opra: il ſecondo $\frac{1}{3}$. & il terzo $\frac{1}{6}$. le quali parti tutte fanno vn'opra intiera.

Se il primo eſſempio ſi riſolueſſe in queſto modo, ſubito nella prima operatione s'hauerebbe l'intento; perche in vn'hora tutta la ciſterna ſi vota, come dall'operatione della proua del detto eſſempio è manifeſto.

Queſt. 26. XXVI. E vna ciſterna, che hà vna cannella nella bocca, per la quale s'empie in 4. hore; ma nel più baſſo del fondo n'hà vn'altra cannella, per la quale in 6. hore ſi vota. Se adunque di continuo v'entri, & eſca dell'acqua, in quanto tempo la ciſterna s'empierà? Primieramente è neceſſario di ritrouare, quanta parte della ciſterna (poſta nella conditione) in vn'hora s'empierà, in queſto modo. Se in 4. hore s'empie vna ciſterna, quanta parte s'empierà in vn'hora? e ritrouarai $\frac{1}{4}$. di ciſterna. Di nuouo, ſe in 6. hore ſi vota vna ciſterna, quanta parte ſe ne votarà in vn'hora? e ritrouarai $\frac{1}{6}$. di ciſterna. Se adunque leuarai $\frac{1}{6}$. da $\frac{1}{4}$. reſtarà $\frac{1}{12}$. di ciſterna; e tanta parte di ciſterna s'empierà in vn'hora. Di adunque: Se $\frac{1}{12}$. di ciſterna ricerca vn'hora, quanto tempo vorrà vna ciſterna? e ritrouarai 12. hore; & in tante hore la ciſterna s'empierà. Il che prouarai in queſto modo eſſer vero. Se in 4. hore s'empie vna ciſterna, in 12. hore quante ciſterne s'empieranno? ritrouarai 3. ciſterne. Di più: Se in 6. hore ſi vota vna ciſterna, in 12. hore quante ciſterne ſi votaranno? e ritrouarai 2. ciſterne, le quali ſe leuarai dalle 3. ritrouate, reſtarà vna ciſterna piena

E ſe alcuno diceſſe, la ciſterna per la cannella di ſopra s'empie in 3. hore, e per quella da baſſo ſi vota in 8. hore, ſi riſoluerà nel medeſimo modo la queſtione, ſe dirai: Se in 3. hore s'empie vna ciſterna, quanta parte te se n'empierà in vn'hora? e ritrouarai $\frac{1}{3}$. di cisterna. Di più: Se in 8. hore si vota vna cisterna, quanta parte se ne votarà in vn'hora? e ritrouarai $\frac{1}{8}$. di cisterna. Se adunque leuarai $\frac{1}{8}$. di $\frac{1}{3}$. restaranno $\frac{5}{24}$. e tanta parte della cisterna s'empierà in vn'hora. Di adunque: Se $\frac{5}{24}$. di cisterna ricercano vn'hora, che tempo ricercarà vna cisterna? e ritrouarai hore 4.$\frac{4}{5}$. nel qual tempo tutta la cisterna s'empierà. Il che così prouarai. Se in 3. hore s'empie 1. cisterna in hore 4.$\frac{4}{5}$. quante cisterne s'empieranno? e ritrouarai 1.$\frac{3}{5}$. Di più: Se in 8. hore si vota vna cisterna, in hore 4.$\frac{4}{5}$. quante cisterne si votaranno? e ritrouarai $\frac{1}{5}$. che se leuarai $\frac{3}{5}$. da 1.$\frac{5}{5}$. restarà vna cisterna piena.

Vn'altro modo di spedire questa questione.

Forse più breuemente si spediranno queste medesime questioni, se si cercarà, quanta parte della cisterna s'empie in quelle hore, nelle quale tutta s'empierebbe, se niente ne vscisse. Il che così si farà nella prima questione. Dì: Se 6. hore vota vna cisterna, quanta parte ne votaranno in 4. hore? e ritrouarai $\frac{2}{3}$. e se cauarai $\frac{2}{3}$. da vno. (Perche poniamo empirse vna cisterna in 4. hore, se non ne vscisse niente) restarà $\frac{1}{3}$. di cisterna, che in 4. hore s'empirà. Dì adunque di nuouo: Se $\frac{1}{3}$. di cisterna ricerca 4. hore, che ricercarà vna cisterna? e ritrouarai 12. hore, come prima.

Ma nell'vltima questione, dì: Se 8. hore votano vna cisterna, quanta parte ne votaranno in 3. hore? e ritrouarai $\frac{3}{8}$. e se leuarai $\frac{3}{8}$. da vno. (Perche poniamo empirse vna cisterna in 3. hore, se non n'vscisse niente) restaranno $\frac{5}{8}$. di cisterna, che in 3. hore s'empieranno. Di adunque di nuouo: Se $\frac{5}{8}$. di cisterna vogliono 3. hore, che vorrà vna cisterna? & ritrouarai hore 4.$\frac{1}{5}$. come prima.

REGOLE DI
ALLIGATIONE.
OVERO DI LIGAMENTO.
C A P. X X I.

La regola dell'Alligatione, che cosa sia.

SOGLIONO spesse volte gl'Aritmetici mescolate varie mercantie di varij prezzi di tal sorte, che statuito vn certo prezzo mezzano, se ne comprino tutte con quello. Il che fanno per vna certa regola, che la dimandano di Alligatione, ouero di Ligamento; percioche in essa si legano varie mercantie, in vn certo modo, ad vn prezzo solo, come dalli essempij, che seguiranno, sarà manifesto.

Quest. 1. La regola dell' Alligatione, come si faccia.

I. Sono due sorti di vino: Vna misura del primo costa baiocchi 20. & vna misura del secondo si vende à baiocchi 12. Quanto adunque si dourà pigliare dell'vno, e dell'altro, accioche vna misura vaglia 15. baiocchi? Poni vn prezzo sotto l'altro, & alla banda sinistra di quelli metti il prezzo statuito, il qual'è mezzo tra li due dati prezzi. Doppo paragoni l'vno, e l'altro prezzo dato con il prezzo statuito, e la differenza dell'vno, e dell'altro poni alla parte destra delli prezzi, scambieuolmente però, cioè, la differenza del maggior prezzo appresso al minor prezzo, e la differenza del minor prezzo appresso al maggiore: e queste differenze raccogli in vna somma, come nell'essempio vedi.

Prezzo mezzano.	Prezzi.	Differenze.
	20.	3.
15.		
	12.	5.
		8.
		Somma delle Differenze.

vedi. Doppo questo disponi la regola del tre due volte, talmente, che la somma delle differenze tenghi il primo luogo, & vna misura il secondo, e l'vna, e l'altra differenza il terzo, come quì vedi.

8. 1. (3. 5.) fanno ($\frac{3}{8}$. del primo. $\frac{5}{8}$. del secondo.

Dì adunque: Se la somma 8. delle differenze di 1. misura, che darà ciascheduna differenza 3. & 5. e ritrouarai del primo vino douersi pigliare $\frac{3}{8}$. d'vna misura; e del secondo $\frac{5}{8}$. e così farà vna misura da tutte due, che costarà baiocchi 15. Il che così prouarai. Dì: Se 1. misura del primo vino vale 20. baiocchi, che valeranno $\frac{3}{8}$. Similmente: Se 1. misura del secondo vino vale 12. baiocchi, che valerranno $\frac{5}{8}$. come quì vedi.

1.	20.	$\frac{3}{8}$.	fanno	7. $\frac{1}{2}$.
1.	12.	$\frac{5}{8}$.	fanno	7. $\frac{1}{2}$.

Peroche ritrouarai, che li due prezzi fanno 15. baiocchi, come si propone.

II. Sono due sorti di argento non purgato. La libra del primo vale scudi 30. e la libra dell'altro vale scudi 24. Adunque, accioche 1. libra vaglia scudi 28. quanto argento dell'vno, e dell'altro si dourà pigliare? Fatta l'Alligatione, come nella precedente questione. Dì: Se la somma 6. delle differenze di 1. libra, che darà ciascheduna differenza 4. & 2. come quì vedi. Quest. 2.

	Prezzi.	Differenze.
	30.	4.
Prezzo mezzano.	28.	
	24.	2.
		6.
Somma delle Differenze.		

6. 1. $\left(\begin{matrix}4.\\2.\end{matrix}\right)$ fanno $\left(\begin{matrix}\frac{2}{3}.\ \text{del primo.}\\ \frac{1}{3}.\ \text{del secondo.}\end{matrix}\right.$

Perche in questo modo hauerai 1. lib. d'argento, che costarà 28. scudi. E per farne la proua, dì: Se 1. libra del primo argento vale 30. scudi, che varranno $\frac{2}{3}$. di vna libra? Di più: Se 1. libra del secondo argento vale 24. scudi, che valerà $\frac{1}{3}$. come quì vedi.

1.	30.	$\frac{2}{3}$.	fanno	20.
1.	24.	$\frac{1}{3}$.	fanno	8.

E così 1. libra costarà 28. scudi, come si propone.

Quest. 3. Nota, che possa esser fatta l'alligatione d'vn medesimo essempio in varij modi.

III. La libra di pepe vale 4. giulij. La libra di garofoli 3. giulij. La libra di cannella 6. giulij. La libra di zaffarano 10. giulij. La libra di zenzero 8. giulij. Quanto adunque se ne douerà pigliare da ciascuna cosa, acciò 1. libra costi 7. giulij? Quando si propongono più cose da alligarse, in varij modi si può fare l'alligatione, pur che ciascheduno almeno vna volta si leghi.

Però che può ciaschedun prezzo con vn'altro qual si voglia, ouero con più, esser legato al prezzo mezzano, di modo però, che il detto prezzo statuito sia mezzano tra li due, che si legano à esso; ouero vgual à d'vno di quelli, & in nissuna maniera maggiore, ò minor di tutti due, come sarà chiaro in questo essempio, che dichiararemo con varie alligationi.

Prezzo mezzano.		Prezzi.	Differenze.
7.	Pepe.	4.	1.
	Garofoli.	3.	3.
	Cannella.	6.	1.
	Zaffarano.	10.	4.
	Zenzero.	8.	3. 1.
			13.
			Somma delle Differenze.

Prima adunque legaremo li prezzi del pepe, e del zen-

zenzero al prezzo mezzano, le differenze delle quali sono 3. & 1. poste scambieuolmente. Doppo li prezzi del garofolo, e del zaffarano: le differenze delli quali sono 4. & 3. ancora poste scambieuolmente. Vltimamente, perche riman solo la cannella, legaremo il prezzo di quella con il prezzo del zenzaro, per essempio, le differenze delli quali sono 1. & 1. scritte ancora scambieuolmente. La somma di tutte le differenze è 13. Ma le differenze incontro del zenzero fanno 4. Percioche sempre s'hanno da raccorre in vna somma le più differenze poste incontro d'alcun prezzo medesimo. Di hora: Se la somma 13. delle differenze dà 1. che darà ciascheduna differenza 1. 3. 1. 4. & 4. come quì vedi.

Come si debba fare, quando più differenze si pongono all'incontro del medesimo prezzo.

		(1.)		($\frac{1}{13}$. di Pepe.
		(3.)		($\frac{3}{13}$. di Garoffoli.
13	1.	(1.)	fanno	($\frac{1}{13}$. di Cannella.
		(4.)		($\frac{4}{13}$. di Zaffaranno.
		(4.)		($\frac{4}{13}$. di Zenzero.

Imperoche in questo modo haueraraі 1. libra di tutte queste cose, che costarà 7. giulij. E per farne la proua, di: Se 1. libra di pepe vale 4. giulij, che valerà $\frac{1}{11}$. Di più: Se 1. lib. di garofoli vale 3. giulij, che valerano $\frac{3}{11}$. Di più: Se 1. libr. di cannella vale 6. giulij, che valerà $\frac{1}{13}$. Di più: Se 1. libr. di zaffarano vale 10. giulij, che valeranno $\frac{4}{13}$. Di più: Se 1. lib. di zenzero vale 8. giulij, che valeranno $\frac{4}{13}$. come quì vedi.

	(4.)		($\frac{1}{13}$.)		($\frac{4}{13}$. di Pepe.
	(3.)		($\frac{1}{13}$.)		($\frac{2}{13}$. di Garofoli.
1.	(6.)	che	($\frac{1}{13}$.)	fanno	($\frac{6}{13}$. di Cannella.
	(10.)		($\frac{4}{13}$.)		(3. $\frac{1}{13}$. di Zaffarano.
	(8.)		($\frac{4}{13}$.)		(2. $\frac{6}{13}$. di Zenzero.

E ritrouarai tutti li prezzi fare 7. giulij, come si propone.

In vn'altro modo si farà l'Alligatione, se li prezzi del pepe, e del zenzero si leggarano al prezzo mezzano; E così li prezzi del pepe, del zaffarano; Dopò li prezzi del garofolo, e del zenzaro; e di nuouo li prezzi del garofolo, e del zaffarano; e finalmente li prezzi della cannella, e del zaffarano; e li prezzi della cannella, e del zenzero, si come è stato fatto in questo essempio. Nè in questo essempio è possibile di fare più legamenti. Perche li prezzi del pepe, del garofolo, e della cannalla nõ possono essere legati tra di loro, essendo, che ciascheduno è minore del prezzo mezzano statuito, e così ciascheduno di quelli solamente due volte può essere legato: E delli vltimi due l'vno, e l'altro tre volte, cioè, con ciascheduno delli tre primi: Ma tra di loro non possono esser legati, non essendo il prezzo statuito di 7. giulij, tra di loro mezzano, ò ad vno di loro vguale ma minore di tutti due. Dì adunque: Se la somma 28. delle differenze d'1. lib. che darà ciascuna differenza 4.4.4. 8. & 8. come quì vedi.

Vn'altra alligatione di questa questione.

Prezzo mezzano		Prezzi.	Differenze.
	Pepe.	4.	1.3.
	Garofoli.	3.	1.3.
7.	Cannella.	6.	3.1.
	Zaffarano.	10.	3.4.1.
	Zenzero.	8.	3.4.1.
			28.
	Somma delle Differenze.		

		(4.)		($\frac{1}{2}$ $\frac{4}{}$ $\frac{1}{8}$. di Pepe.
		(4.)		($\frac{1}{2}$ $\frac{4}{}$ $\frac{1}{8}$. di Garofoli.
28.	1.	(4.)	fanno	($\frac{1}{2}$ $\frac{4}{}$ $\frac{1}{8}$. di Cannella.
		(8.)		($\frac{1}{2}$ $\frac{8}{}$ $\frac{1}{8}$. di Zaffarano.
		(8.)		($\frac{1}{2}$ $\frac{8}{}$ $\frac{1}{8}$. di Zenzero.

E così farai 1. lib. di tutte le spetie dette, che costarà 7. giulij. E per trouarlo. Di: Se 1. lib. di pepe vale 4. giulij, quanto valeranno $\frac{1}{2}$ $\frac{4}{}$ $\frac{1}{8}$. Di più: Se 1. libr. de garofoli vale 3. giulij, quanto valerano $\frac{1}{2}$ $\frac{4}{}$ $\frac{1}{8}$. &c. come tù vedi quì esser stato fatto.

Im-

(4.) ($\frac{1}{2}\frac{4}{1}\frac{1}{8}$.) ($\frac{1}{2}\frac{6}{8}$. di Pepe.
(3.) ($\frac{1}{2}\frac{4}{1}\frac{1}{8}$.) ($\frac{1}{2}\frac{2}{8}$. di Garofoli.
1. (6.) che ($\frac{1}{2}\frac{4}{1}\frac{1}{8}$.) fanno ($\frac{2}{2}\frac{4}{8}$. di Cannella.
(10.) ($\frac{1}{2}\frac{8}{1}\frac{1}{8}$.) (2.$\frac{2}{2}\frac{4}{8}$. di Zaffarano.
(8.) ($\frac{1}{2}\frac{8}{1}\frac{1}{8}$.) (2.$\frac{1}{2}\frac{8}{1}\frac{1}{8}$. di Zenzero.

Imperoche ritrouarai tutti li prezzi fare 7. giulij, come si propone nella questione.

Si può ancora fare in vn'altro modo l'alligatione del medesimo essempio; se li prezzi del pepe, e del zaffarano si legaranno; doppo li prezzi del garofolo, e del zenzero, e finalmente li prezzi della cannella, e del zenzero. Come tù puoi vedere in questo essempio. Dì adunque: Se la somma 13. delle differenze dà 1. libra, che darà ciascheduna differenza 3. 1. 1. 3. & 5. come quì vedi. *Vn'altra alligatione di questa questione.*

Prezzo mezzano.		Prezzi.	Differenze.
	Pepe.	4.	3.
	Garofoli.	3.	1.
7.	Cannella.	6.	1.
	Zaffarano.	10.	3.
	Zenzero.	8.	4. 1.
			13.
	Somma delle Differenze.		

(3.) ($\frac{1}{1}\frac{3}{1}\frac{1}{3}$. di Pepe.
(1.) ($\frac{1}{1}\frac{1}{1}\frac{1}{3}$. di Garofoli.
13. 1. (1.) fanno ($\frac{1}{1}\frac{1}{1}\frac{1}{3}$. di Cannella.
(3.) ($\frac{1}{1}\frac{3}{1}\frac{1}{3}$. di Zaffarano.
(5.) ($\frac{1}{1}\frac{5}{1}\frac{1}{3}$. di Zenzero.

Perche così hauerai 1. lib. di tutte queste specie per 7. giulij. Il che prouerai, come di sopra.

Che s'habbia da osseruare nelle alligationi di più cose. DI maniera, che vedi poter essere fatta in vatij modi l'alligatione, se più cose, di due, sono da essere legate insieme, pur che il prezzo di mezzo sia sempre minore del prezzo, che si lega, e maggior dell'altro ouero vguale all'vno, maggiore, ò minore dell'altro. Ma benche per varie alligationi sempre habbi il proposto peso delle cose, che si mescolano insieme, per il prezzo mezzano statuito, non però pigliarai sempre li medesimi pesi delle cose, che si mescolano insieme, come dalli proposti essempij manifesto.

Quest. 4. IV. La canna di panno rosso vale 4. scudi. La canna di panno verde vale 6. scudi. E la canna di panno nero vale 10. scudi. Vuole vno di tutti questi panni 80. canne per 480. scudi. Quante edunque di ciascun panno ne pigliarà? In questa sorte di questione è necessario prima cercare il prezzo di vna canna mescolata da tutti. Il che così farà nel nostro essempio. Se 80. canne mescolate vogliamo 480. scudi, che valerà 1. canna? e ritrouarai 6. scudi, che è il prezzo di 1. canna, mezzano tra il prezzo del panno di più buon mercato, & il prezzo del panno più caro. Che se in questo modo si ritrouasse vn prezzo non mezzano, sarebbe impossibile la questione. Come se si dicesse alcuno. Vuole vno di tutti li panni detti 80. canne per 300. ouero per 900. scudi, saria impossibile la questione. Perche se 80. canne vagliono 300. scudi, valerà vna canna scudi 3. $\frac{3}{4}$. il qual prezzo è minore del prezzo del panno di più buon mercato. Onde nè del panno più vile potrà alcuno hauere 80. canne per 300. scudi, non che ne posse hauere di tutt'i panni 80. canne. Di nuouo: Se 80. canne vagliono 900. scudi, valerà vna canna scudi 11. $\frac{1}{4}$. il quale prezzo è maggiore del prezzo del panno più caro. Onde con 900. scudi comprarà vno molto più canne, di 80. del panno più caro, e perciò molto più ne comprarà, se di tutti ne vorrà pigliare alcune canne. Ma ritorniamo al nostro essempio.

La questione della alligatione quãdo è impossibile.

Ri-

Ritrouato il prezzo mezzano di vna canna, facciasi l'alligatione, come di sopra, si come quì è fatto. Prima habbiamo legati li prezzi 4. & 10. al prezzo mezzano 6. Doppo li prezzi 6. & 10. Dì adunque: Se la somma 10. delle differenze dà 80. canne, (perche tante ne vuole pigliare colui di tutte tre le sorti di panno) che darà ciascuna differenza 4.4. & 2. come quì è stato fatto.

Prezzo mezzano	Prezzi,	Differenze.	
	Rosso.	4.	4.0.
6.	Verde.	6.	4.
	Nero.	10.	2.
			10.

Somma delle Differenze.

10. 80. (4. 4. 2.) fanno (32. del rosso. 32. del verde. 16. del nero.

Perche così di quelli tre panni si pigliarãno 80. canne per 480. scudi. Il che così prouarai. Se 1. canna vale 6. scudi, (perche questo prezzo mezzano è stato ritrouato di vna canna mescolata di tre panni) che valeranno 32. canne del panno rosso, & 32. del verde, & 16. del nero? come quì vedi.

1. 6. (32. 32. 16.) fanno (192. del rosso. 192. del verde. 96. del nero.

E ritrouarai tutti li prezzi fare 480. scudi.

Che se non hauessimo legato il prezzo del panno verde, co'l prezzo del panno nero; ma co'l prezzo del panno rosso, si farebbe la sequente alligatione: Ma haueressimo ritrouato altri numeri. Perche haueressimo detto; se la somma 8. delle differenze da 80.

canne, che darà ciaſcheduna differenza 4. 2. & 2. come quì vedi.

Prezzo mezzano.		Prezzi.	Differenze.	
		Roſſo.	4.	4. 0.
	6.	Verde.	6.	2.
		Nero.	10.	2.
				8.
				Somma delle Differenze.

5. 80. (4.) (2.) (2.) fanno (40. del roſſo.)20. del verde. (20. del nero.

La proua ſi farà come prima, ſe dirai? Vna canna vale 6. ſcudi, che valeranno 40. canne del panno roſſo, & 20. del verde, & 20. del nero? Imperoche ritrouarai tutti li prezzi fare ſcudi 480.

Queſt. 5. V. Sono quattro ſorti di vini: Vn boccale del primo vale baiocchi 21. del ſecondo 27. del terzo 30. e del quarto 40. Vuole vno meſcolare 300. boccali di tutti, con queſto patto, e conditione, che ciaſchedun boccale vaglia baiocchi 33. Quanto adunque pigliarà da ciaſcuno? Quì è ne-

Prezzo mezzano.		Prezzi.	Differenze.
		21.	7.
		27.	7.
	33.	30.	7.
		40.	21. 6. 3.
			42.
			Somma delle Differenze.

necessario di legare li tre primi prezzi con l'vltimo al prezzo mezzano di baiocchi 33. per esser quei tre minori di questo prezzo mezzano, come quì si vede nel dato essempio. Dì adunque: Se la somma 42. delle differenze danno 300. boccali, che darà ciascheduna differenza 7. 7. 7. & 21. come quì si vede.

		(7.)		50. del primo.
		(7.)		50. del secondo.
42.	300.	(7.)	fanno	50. del terzo.
		(21.)		150. del quarto.

Imperoche così farai 300. boccali, delli quali ciascheduno costarà baiocchi 33. E per prouarlo, dirai: Se la somma 42. delle differenze d'vn boccale, che darà ciascheduna differenza 7. 7. 7. & 21. come quì vedi.

		(7.)		($\frac{1}{6}$. del primo.
		(7.)		($\frac{1}{6}$. del secondo.
41.	1.	(7.)	fanno	($\frac{1}{6}$. del terzo.
		(21.)		($\frac{1}{2}$. del quarto.

E così hauerei vn boccale mescolato di tutte quattro quelle sorti di vino. Dì adunque di nuouo: Se vn boccale del primo vino vale 21. baiocco, che vale $\frac{1}{6}$. di boccale? E se vn boccale del secondo vino vale vintisette, che valerà $\frac{1}{6}$. E se vn boccale del terzo vino vale trenta, che valerà $\frac{1}{6}$. E finalmente se vn boccale del quarto vino vale quaranta, che valerà $\frac{1}{2}$. come quì vedi.

	(21.)		($\frac{1}{6}$.)		(3. $\frac{1}{2}$. del primo.
1.	(27.)		($\frac{1}{6}$.)		(4. $\frac{1}{2}$. del secondo.
	(30.)	che	($\frac{1}{6}$.)	fanno	[5. del terzo.
	(40.)		($\frac{1}{2}$.)		[20. del quarto.

Quali orezzi tutti fanno baiocchi 33. come si propone.

Più breuemente però così si potrà fare la proua. Perche se vn boccale deue valere 33. baiocchi, valeranno 300. boccali 9900. baiocchi. Diremo adunque Se 300. boccali vagliono 9900. baiocchi, che valeranno 50. boccali del primo vino, & 50. del secondo, & 50. del terzo, & 150. del quarto? come quì vedi.

		(50.)		1650. del primo.
300.	9900.	(50.)	fanno	1650. del secondo.
		(50.)		1650. del terzo.
		(150.)		4950. del quarto.

Percioche ritrouarai tutti li prezzi fare 9900. baiocchi.

Quest. 6. VI. VNO con 400. scudi vuol comprare 400. libre di varie spetie, come dire, garofoli, pepe, cannella, zenzero, noci moscate, e zaffarano, delle quali questi sono li prezzi per ordine d'ogni libra: giulij 6. 7. 9. 11. 12. 16. Adunque quante libre pigliarà di ciascheduna sorte, per fare, che habbia 400. libre per 400. scudi? Quì come nella quarta questione è stato detto, s'hà da ritrouare il prezzo mezzano di vna libra, al quale si deue fare l'alligatione, in questo modo. Se 400. lib. vagliono 400. scudi, che valerà vna libra? e ritrouarai vno scudo, cioè, dieci giulij. Ma perche, come hauemo detto, si possono fare varie alligationi, legaremo prima li garofoli co'l zenzero, e zaffara-

Prezzo mezzano.		Prezzi.	Differenze.
	Garofoli.	6.	1.6.
	Pepe.	7.	1.6.
7.	Cannella.	9.	2.
	Zenzero.	11.	4.
	Noci moscate.	12.	3.1.
	Zaffarano.	16.	4.3.
			32.
			Somma delle Differenze.

farano. Doppo il pepe con le noci moscate, e zaffarano. Vltimamente la cannella con le noci moscate, come tu vedi essere fatto quì. Doppo diremo: Se la somma trentadue delle differenze da 400. libre, che darà ciascuna differenza 7. 8. 2. 4. 4. & 7. come quì vedi.

		(7.)		(87. $\frac{1}{2}$. di Garofoli.
		(8.)		(100. di Pepe.
32.	400.	(2.)	fanno	(25. di Cannella.
		(4.)		(50. di Zenzero.
		(4.)		(50. di Noci moscate.
		(7.)		(87. $\frac{1}{2}$. di Zaffarano.

Imperoche ritrouarai 400. libre, che valeranno 400. scudi, e ciascheduna libre costarà 10. giulij. Il che prouarai, come nella precedente questione è stato detto.

Si possono fare in questa questione molte altre diuerse alligationi, come in questi quattro essempij quì posti si vede.

	Prezzi.		Differenze.
Prezzo mezzano.		6.	1.2.6.
		7.	1.2.6.
		9.	1.2.6.
	10.	11.	4.3.1.
		12.	4.3.1.
		16.	4.3.1.
			51.
Somma delle differenze.			

	Prezzi.		Differenze.
Prezzo mezzano.		6.	1.
		7.	2.
		9.	6.
	10.	11.	4.
		12.	3.
		16.	1.
			17.
Somma delle Differeze.			

Per-

Prezzo mezzano.	Prezzi.	Differenze.
	6.	6.
	7.	2.
	9.	1.
10.	11.	1.
	12.	3.
	16.	4.
		17.
Somma delle differenze.		

Prezzo mezzano.	Prezzi.	Differenze.
	6.	2.
	7.	1.
	9.	6.
10.	11.	3.
	12.	4.
	16.	1.
		17.
Somma delle differenze.		

Perche nel primo ciaſcheduno delli tre primi prezzi è legato con tutti li tre vltimi. E nel ſecondo, il primo con il quarto, & il ſecondo con il quinto, & il terzo con il ſeſto. Doppo nel terzo, il primo con il ſeſto, & il ſecondo con il quinto, & il terzo con il quarto. Nel quarto finalmente, il primo con il quinto, & il ſecondo con il quarto, & il terzo con il ſeſto. E così in ſimili queſtioni poſſono eſſer fatte più alligationi tra di loro diuerſe.

Queſt. 7. VII. VNO vuole vna ſtatua d'argento di 300. libre. Se gl'offeriſcono due ſorti d'argento. La libra del primo vale 30. ſcudi, del ſecondo 20. li quali così tra di loto vuole meſcolare, che 1. libra coſti 24. ſcudi. Quanto adũque pigliarà di ciaſcheduno argento, acciò che habbia 300. lib. ogn' vna delle quali coſti 24. ſcudi? Così ſtarà l'alligatione, come quì vedi. Dì adunque: Se la ſomma 10. delle differenze da 300. libre che darà ciaſcheduna differenza 4. & 6. come quì vedi.

Prezzo mezzano.	Prezzi.	Differenze.
	30.	4.
24.		
	20.	6.
		10.
Somma delle Differenze.		

10.

		(4.)		(120. del primo Argento.
10.	300.	(6.)	fanno	(180. del secondo Argento.

Perche così ritrouarai 300. libre di argento, delle quali ciascheduna vale 24. scudi. Il che prouerai, come nella questione 5. è stato detto.

REGOLA DEL FALSO,

DI SEMPLICE POSITIONE.

Cap. XXII.

FRA l'altre regole dell'Aritmetica non tiene l'vltimo luogo la regola del falso, che così si chiama, non perche c'insegni il falso; ma perche dal falso posto, & imaginato da noi ci mostri à cauare il vero: Il che fà, ponendo qual si voglia num., che pare di douer sodisfare alla questione proposta, ancorche veramente non sodisfaccia. Et è questa regola di due sorti. Perche l'vna si chiama di semplice positione, nella quale si fà vna positione solamente di vn numero, che si crede douer sodisfare alla questione: l'altra si domanda di dopia positione, cioè, nella quale si fanno due positioni di due numeri, delli quali l'vno, e l'altro si pensa, che debba sodisfare alla questione.

La regola del falso perche così detta.

La regola del falso è di due sorti.

Ma tra queste due regole è gran differenza. Peroche tutto quello, che si scioglie per la prima, si può sciorre anco per la seconda, ma nõ all'incontro. Perche infinite quasi questioni si risoluono per la seconda, che à niun modo si possono districare per la prima. Imperoche sotto la prima si contengono solamente quelle questioni, nelle quali s'esprimono tali parti, ouero numeri, che hanno la medesima proportione ne i numeri piccoli, che ne i grandi. Quali sono $\frac{1}{2}.\frac{1}{8}.\frac{2}{3}.\frac{1}{4}.\frac{3}{4}.$ &c. Di più li numeri dupli, trigli, quadrupli, &c. Si che assai sarebbe, se si esplicasse solamente la secõda regola.

La differenza ch'è tra le due regole del falso.

Nota.

Ma

Ma perche per la prima moltissime questioni si sciogliono molto più breuemente, che per la seconda, trattaremo breuemente dell'vna, e dell'altra, comminciando dalla prima, come più facile.

La regola del falso di semplice.

PROPOSTA adunque qual si voglia questione da sciorsi per la regola del falso di vna semplice positione, pongasi qual si voglia numero, che si creda sia per sodisfare alla questione; e questo s'essamini secondo il tenore della questione. Imperoche se ogni cosa s'accordarà, il numero posto sarà quello, che si cerca. Ma se la cosa starà altrimente, sarà stata falsa la positione del numero da noi imaginato. Per il che da questo falso s'hauerà da cauare il vero, con l'aiuto della regola del tre, si come nelli essempij si esplicarà.

Quest. I.

I. TRE si accordono di voler comprare vna casa per 2700. scudi. Il secondo vuol dare il doppio più del primo, & il terzo tre volte più del secondo. Quanto adunque ciascheduno spenderà? Il questa questione niente altro si cerca, se non, che il numero 2700. si partisca in tre parti, con questa conditione, che la seconda sia doppia della prima, e la terza tripla della seconda: Poni adunque, che il primo paghi quanti scudi ti pare, cioè, scudi 6. Adunque secondo il tenore della questione, il secondo darà 12. cioè, il doppio del primo, & il 3. darà 36. cioè, il triplo del secondo. Ma tutti questi tre numeri fanno 54. scudi, douendo secondo la questione fare 2700. Dì adunque: Se 54. prouennero dalla falsa positione di 6. scudi del primo, da qual vero ponimento proueranno 2700. e ritrouarai il primo hauere dato 300. scudi, e perciò il secondo 600. & il terzo 1800. i quali tre numeri tutti fanno 2700.

SI potrebbe ancora ritrouare li denari del secondo, e del terzo dal ponimento dell'vno, e dell'altro, dicendo così: Se 54. vengono dalla falsa positione di 12. scudi del secondo, e dalla falsa positione di 36. scudi del terzo, da che verranno 2700. Imperoche si ritrouarebbe li denari del secondo essere scudi 600. e del terzo 1800. Ma è più espediente, che si cerchi per la regola del tre, li denari d'vno solamente. Perche da questi con facilità si ritrouaranno li denari del-

l'all'altri, ſecondo il tenore della queſtione.

Li medeſi numeri à punto haureſti ritrouato, ſe per il primo haueſſi poſto vn'altro numero, che 6. e perciò per il ſecondo vn'altro, che 12. e per il terzo vn'altro, che 36.

II. Domandato vno quanti denari haueſſe in caſſa, riſpoſe di non ſaperlo; ma queſto di certo hauere inteſo dal ſuo fattore, che $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{5}$. del ſuo denaro faccino à punto 4700. ſcudi. Quanti denari adunque ne hà hauuto coſtui? Quì ſi cerca vn numero, del quale $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{5}$. inſieme faccino 4800. Poni adunque colui hauere 60. ſcudi. (Et per fuggire li numeri rotti più che ſi può, ſempre ſi deue porre vn numero, che contenga li rotti eſpreſſi nella queſtione, come nel cap. 10. habbiamo inſegnato, quale quì è il 60.) del quale $\frac{1}{3}$. è 20. & $\frac{1}{4}$. 15. & $\frac{1}{5}$. 12. quali parti tutte fanno 47. douendo ſecondo la queſtione fare 4700. Di adunque: Se 47. prouennero da 60. il qual numero falſamente hauemo poſto, da qual verranno 4700. e ritrouaremo, che da 6000. e tanti ſcudi haueua nella caſſa. Perche $\frac{1}{3}$. contiene 2000. & $\frac{1}{4}$. 1500. & $\frac{1}{5}$. 1200. quali parti tutti fanno 4700. *Queſt. 2.*

III. Domandato vn maeſtro di ſcola, quanti ſcolari haueua, riſpoſe, ſe io ne haueſſe di più vna volta tanti quanti ne hò, e ſe ne aggiongeſe $\frac{1}{2}$. di eſſi, & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$ e di più 1. ne hauerei 112. Adunque quanti ſcolari haueua? Queſta queſtione così propoſta non ſi può diſtricare per queſta regola, per amor che l'vnità, della quale nell'vltimo luogo ſi fà mentione, non può hauere la medeſima proportione con $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. e con il doppio d'vn numero picciolo, che hà con le medeſime parti, e co'l doppio d'vn numero grande. Ma ſe ſi leuarà 1. dal numero 112. che nella queſtione ſi deue produrre, all'hora ſi ſciorrà la queſtione propoſta. Perche all'hora non ſi cerca altro, che vn numero, il quale due volte preſo inſieme con $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. e $\frac{1}{4}$ di eſſo facci 111. Perche ſe alla fine s'aggiongerà 1. ſi farà 112. Poni adunque colui hauer hauuto 12. ſcolari. Se adunque s'aggiongeranno altretanti ſcolari, n'hauerà 24. E ſe di nuouo s'aggionge- *Queſt. 3.*

rà

rà $\frac{1}{2}$. di loro, cioè 6. & $\frac{1}{3}$. cioè 4. & $\frac{1}{4}$. cioè 3. n'hauerà 37. Ma doueuano essere 111. accioche aggiontoli 1. ne hauesse 112. Dì adunque: Se 37 vennero da 12. da che verranno 111. E ritrouarai quello hauer hauuto 36. scolari. Perche se s'aggionge altretanti, ne hauerà 72. alli quali se n'aggiongerà $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. cioè 18. 12. & 9. si faranno 111. aggiontoli finalmente 1. si faranno 112.

Quest. 4. IV. VNO hà compro vn cauallo, vn giardino, & vna casa per 5000. scudi con questo patto, che 'l giardino li costi quattro volte più che 'l cauallo, e la casa cinque volte più che 'l giardino. Quanto adunque comprò il cauallo, e quanto il giardino, e quanto la casa? Quì si cerca, che 'l numero dato 5000. si diuida in tre parti in tal modo, che la seconda sia quadrupla della prima, e la terza quintupla della seconda. Et è questa questione simile alla prima. Poni adunque il cauallo valere scudi 30. Il che posto, valerà il giardino 120. scudi, e la casa 600. li quali numeri tutti fanno 750. Ma douerebono fare 5000. Dì adunque: Se 750. prouennero da 30. da che verranno 5000. E ritrouarai 200. e tanti scudi fù compro il cauallo, e perciò il giardino costò scudi 800. e la casa 4000. li quali numeri tutti fanno 5000. scudi.

Quest. 5. V. VNO andando da Venetia in Gierusalemme per visitare il santo Sepolcro, spese nel viaggio $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{5}$. delli suoi denari; ma ritornato à casa, ritrouò esserli auanzati scudi 36. Quanti denari adunque portò seco colui? Quì si cerca vn numero, del quale se si leuano $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{5}$. restino 36. Poni colui hauer hauuto scudi 300. dal qual numero se tù ne leui $\frac{2}{3}$. cioè 200. & $\frac{1}{5}$. come dire, 60. ne restano 40. e ne doueuano restare solamente 36. Dì adunque: Se 40. vennero da 300. da che verranno 36. e ritrouarai 270. e tanti scudi hebbe. Perche leuati $\frac{2}{3}$. cioè 180. & $\frac{1}{5}$. come dire 54. ne restano 36.

CHE se alle volte auuerrà, che le parti espresse nella questione eccedino l'vnità, e che perciò non si possino sottrarre dal numero posto, sarà la questione impossibile. Come se dicesse alcuno; Dammi

vn

vn numero, che cauandosene da quello $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{5}$. rimanghino 36. farà la questione impossibile. Perche $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{5}$. eccedono l'vnità, e per questo non si possono $\frac{2}{3}$. cauare dal numero 300. da noi posto. Perche $\frac{2}{3}$. sono 200. & $\frac{3}{5}$. sono 180. le quali parti insieme fanno 380. il quale non si può leuare da 300.

VI. CERCHISI vn numero, del quale $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. faccino 522. Poni quel numero essere 60. del quale $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. cioè 30. 20. 15. 12. & 10. fanno 87. E noi vogliamo 522. Di adunque: se 87. vennero da 60. da che verranno 522. e ritrouarai 360. Perche $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. di questo numero 360. sono 180. 120. 90. 72. & 60. che fanno 522. Quest. 6.

VII. VNO ad vn'altro, che gli domandaua, quanti denari hauesse, rispose, di hauer tanti scudi, che se à quelli s'aggiongesse $\frac{1}{2}$. di quelli, & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. e di più 100. scudi, sarebbono 300. scudi. Adunque quanti denari hebbe? Acciò che questa questione si risolua per questa regola, s'hanno prima da leuare li 100. scudi dalli 300. si come hauemo detto nella 3. questione, e ricercare vn numero, che aggiongendosegli $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di esso si faccino 200. cioè il numero, che resta doppo d'hauer cauati 100. dal 300. Percioche all'hora aggiontoli 100. si farranno 300. come si propone nella questione. Poni adunque quel numero essere 24. del quale $\frac{1}{2}$. è 12. & $\frac{1}{3}$. 8. & $\frac{1}{4}$. 6. le quali parti tutte aggionte, à 24 fanno 50. E noi vogliamo, che faccino 200. Di adunque: Se 50. nacquero da 24. da che risultaranno 200. E ritrouarai 96. e tanta fù la somme delli scudi. Perche $\frac{1}{2}$. contiene 48. & $\frac{1}{3}$. 32. & $\frac{1}{4}$. 24. li quali numeri tutti fanno 104. & aggionti à 96. fanno 200. al quale numero se finalmente li s'aggiongeranno 100. si faranno 300. Quest. 7.

VIII. VNO Volendo macinare 500. rubij di grano, andò da vn molinaro, che haueua 5. macine, la prima delle quali per hora mecinaua 7. rubij, la seconda 5. la terza 4. la quarta 3. la quinta 1. In quanto tempo adunque tutto il grano si macinarà, adoprandosi tutte le macine, e quanto grano se ne deue porre sopra ciascheduna macina? Poni in 4. hore. Il che Quest. 8.

posto,

posto, la prima mola macinarà 28.rubij, la seconda 20.la terza 16.la quarta 12. e la quinta 4. li quali rubij tutti fanno 80. Ma come dice la questione, deuono essere 500. Dì adunque: Se 80. rubij nacquero da 4. hore, da quante hore risulteranno 500. rubij? e ritrouarai 25. hore. Perche in tante hore la prima mola macinarà 175.rubij, la seconda 125. la terza 100. la quarta 75. la quinta 25. li quali in tutti sono 500. rubij. E tanti rubij s'hanno da mettere in ciascheduna mola, quanti rubij essa macina in 25. hore.

Quest. 9. IX. Vno essendo andato à vna certa fiera, hà guadagnato con li denari, che portò seco, tanto, che il guadagno insieme con li denari che portò, fù tre volte più delli denari portati seco. E dopò con questi denari in altre fiere hà guadagnato tanti denari, che il guadagno insieme con li denari portati à queste altre fiere, fù cinque volte più di questi denari. Finalmente con questi denari in altre fiere hà guadagnato tanto, che il guadagno insieme con li denari, che vltimamente haueua, fù quattro volte più di questi denari? e ritrouo dopò, che haueua 40000. scudi. Quanti denari adunque portò alla prima fiera? In questa questione si cerca vn numero, che moltiplicato per 3. & il numero prodotto per 5. e questo numero prodotto per 4. facci 40000. Poni quel numero essere 10. il quale se lo moltiplicarai per 3. farai 30. per il guadagno insieme co'l denaro nelle prime fiere. E se moltiplicarai 30. per 5. farai 150. per il guadagno insieme co'l denaro nelle seconde fiere. E se finalmente moltiplicarai 150. per 4. farai 600. per il guadagno insieme con il denaro nelle terze fiere. Ma noi habbiamo detto colui hauer trouato nelle terze fiere 40000. scudi. Dì adunque: Se 600. nacquero da 10. da che verranno 40000. e ritrouarai 666. $\frac{2}{3}$. e tanti scudi portò seco colui alle prime fiere. Perche se moltiplicaremo 666. $\frac{2}{3}$. per 3. faremo 2000. per il guadagno, e denaro nelle prime fiere. Dopo se moltiplicaremo 2070. per 5. produrremo 10000. per il guadagno, e denaro nelle seconde fiere. E finalmente se moltiplicaremo 10000. per 4. produrremo 40000. per il guadagno, e denaro delle terze fiere.

X Cer-

X. Cerchisi vn numero, che moltiplicandolo per 4. & il numero prodotto per 3. e questo numero prodotto per 6. & a questo numero prodotto aggiongendo 10. si faccia 800. Questa questione per questa regola non si può sciorre, se prima non si leua 10. dal 800. per la ragione detta nella terza questione. Caui dunque 10. dal 800. e rimarrà 790. e questo numero è quello, che s'hà da produrre dalle moltiplicationi espresse nella questione. Perche se a quello si aggiongerà 10. si farà il numero 800. Poni il numero, che si cerca, essere 10. Il quale se lo moltiplicarai per 4. farai 40. il qual numero moltiplicato per 3. farà 120. Finalmente questo numero moltiplicato per 6. produrrà 720. Ma doueua produrre 790. Dì adunque: Se 720. nacquero da 10. da che si produrranno 790.; e ritrouarai 10. $\frac{35}{36}$. e questo è il numero, che si cerca. Perche se moltiplicarai 10. $\frac{35}{36}$. per 4. farai 43 $\frac{8}{9}$. il qual numero di nuouo moltiplicato per 3. farà 131. $\frac{2}{3}$. il quale finalmente moltiplicati per 9. produrai 790. & aggiontoli 10. hauerai 800. Quest. 10.

XI. Vn vecchio ad vno, che li domandaua della sua età, rispose: di hauere tanti anni, che se à quelli s'aggiongesse $\frac{1}{2}$. di quelli che hà, e dalla somma si leuasse $\frac{1}{4}$. di quella; ne hauer[illegible] 99. anni; Quanti anni adunque hebbe; Quì s'hà da ritrouare vn numero, al quale se si aggiongerà $\frac{1}{2}$. di quello, e della somma si cauarà $\frac{1}{4}$. della medesima somma, ne auanzi il numero 99. Poni colui hauere hauuto 80. anni. Se adunque si aggiongerà $\frac{1}{2}$. di quelli, cioè 40. anni, si faranno 120. da quali se si leuarà $\frac{1}{4}$. cioè 30. auanzaranno 90. Ma si dice, douere auazare 99. Dì adunque: Se 90. nacquero da 80. da che nasceranno 99? e ritrouarai 88. e tanti anni hebbe quel vecchio. Perche se a quelli aggiongerai $\frac{1}{2}$. di quelli, cioè 44. farai 132. dalli quali se ne leuarai $\frac{1}{4}$. cioè 33. ne rimarranno 99. Quest. 11.

XII. Apparisce la sommità d'vna torre di 24. palmi, e dice vno, che $\frac{1}{3}$. & $\frac{2}{5}$. della medesima torre, sono coperti dalli edifitij, che li stanno attorno. Adunque quanta è l'altezza di tutta la torre? Quì s'hà da cercare vn numero, che se da quello se Quest. 12.

ne leui $\frac{1}{2}$. e di più $\frac{2}{5}$. restino 24. Ponni quel num. essere 30. dal quale se leuarai $\frac{1}{3}$. cioè 10. & $\frac{1}{5}$. cioè 12. restanu 8. Ma noi vogliamo, che rimanghino 24. Dì adunque: Se 8. nascono da 30. da che nasceranno 24? e ritrouarai 90. e tanta è l'altezza della torre. Perche se leuarai $\frac{1}{3}$. & $\frac{2}{5}$. cioè 30. & 36. rimarranno 24.

Quest. 13. XIII. E vn'hasta, della quale $\frac{1}{3}$. è bianco, & $\frac{1}{5}$. è nero, & $\frac{2}{9}$. sono di colore azurro, e ne auanzano 12. palmi rossi. Quanta è adunque la longhezza di quell'hasta? Quì ancora s'hà da cercare vn num che se da quello si leuarà $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{5}$. & $\frac{2}{9}$. quello che auanza, sia 12. Poni quel num. essere 45. dal quale se leuerai $\frac{1}{3}$. cioè 15. & $\frac{1}{5}$. cioè 9. & $\frac{2}{9}$. cioè 10. ne rimangono 11. Ma ne doueuano restare 12. Dì adunque: Se 11. nacquero da 45. da che riusciranno 12.? e ritrouarai 49. $\frac{1}{11}$. e di tanti palmi è la longhezza di quell'hasta. Perche $\frac{1}{3}$. di quella contiene palmi 16. $\frac{9}{11}$ [illegible]la $\frac{1}{5}$. contiene 9. $\frac{9}{11}$. & $\frac{2}{9}$. sono palmi 10. $\frac{10}{11}$. quali numeri tutti leuati dalla longhezza dell'hasta di palmi 49. $\frac{1}{11}$. rimangono 12. palmi.

Quest. 14. XIV. Vno per 30. braccia di panno bianco, & 40. braccia di panno nero spese scudi 660. e costò ogni braccio di panno nero il doppio più di ciascun braccio di panno bianco. Quanto [illegible] costò vn braccio di panno bianco, e quanto [illegible]accio di panno nero? Poni vn braccio di panno bi[illegible]o essere costato 4. scudi, e perche il prezzo di vn braccio di panno nero è doppio, maggiore, è neccessario, vn braccio di panno nero essere costato scudi 8. Dalche seque, che 30. braccia di panno bianco costano 120. scudi, & 40. braccia di panno nero vagliano scudi 320. li quali scudi tutti fanno scudi 440. Ma noi hauemo detto, che hà speso scudi 660. Dì adunque: Se 440. nacquero da 4. da che nasceranno 660? e ritrouarai 6. scudi per il prezzo d'vn braccio di panno bianco, e perciò scudi 12. per il prezzo d'vn braccio di panno nero. Perche in questo modo 30. braccia di panno bianco costorno scudi 180. & 40. braccia di panno nero valeranno scudi 480. li quali scudi tutti fanno scudi 660.

REGOLA DEL FALSO, DI DOPPIA POSITIONE.

Cap. XXIII.

PROPOSTASI qual si voglia questione da districarsi per la regola del falso di doppia positione, pongasi qual si voglia numero ò piccolo, ò grande, il quale si essamini secondo il tenore della questione. Perche se sarà conforma à quello, che si cerca, sarà sciolta la questione; ma se non, si notarà l'eccesso, ouero il difetto, cioè, quello, in che dal vero ci discostiamo, insieme con la lettera P. ouero M. delle quali quella significa più, e questo Meno, secondo, che l'errore auanza il vero, ò manca da quello. Doppo pongasi di nuouo qualche altro numero, ò maggiore, ò minore del primo, il quale si essamini nel medesimo modo &c. Perche da questa doppia positione, e doppio errore, si cauarà il verò, che si cerca, in questo modo.

La regola del falso di doppia positione, come si faccia.

SE nell'vna, e l'altra positione l'errore è fatto per eccesso, ò per mancamento, sottragasi il minore errore del maggiore, & il numero, che resta, si serbi per il partitore. Doppo il numero posto la prima volta si moltiplichi per il secondo errore, & il numero la seconda volta posto si moltiplichi per il primo errore; & il minor numero prodotto si caui dal maggiore. Perche se il numero, che resta, si diuiderà per il partitore già ritrouato, cioè, per la differenza delli errori, ci darà il Quotiente il numero desiderato, che sodisfarà alla questione proposta.

Quando l'vna, e l'altra positione eccede la verità ò da quella mãcasi far la sottrattione d'vn errore dal l'altro, &c.

Ma se nell'vna positione si sarà errato per eccesso, e nell'altra per diffetto, s'haueranno da raccorre li due errori in vna somma per fare il partitore. E similmente s'haueranno da raccorre in vna somma quelli due numeri, che dalla moltiplicatione delli numeri posti per li errori, come è stato detto, si produranno, per fare il numero, che s'hà da diuidere, &c. Il che si farà chiaro, e manifesto delle questioni.

Quando vna positione eccede, e l'altra mãca dalla verità si sommano insieme li errori, &c.

Queſt. I. I. CERCHISI vn numero, che cauandoſi dalla metà ſua il $\frac{1}{3}$. & il $\frac{1}{4}$. rimanghino 300. Pongaſi il numero 24. cioè, che habbia la parte $\frac{1}{2}$. eſpreſſa nella queſtione, e che $\frac{1}{2}$. di quello contanga l'altre parti eſpreſſe, cioè $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. acciò ſi ſchifino li rotti il più che ſia poſſibile. Il qual numero facilmente ſi ritrouarà, ſe ſi farà vn numero, che habbia l'vltimi rotti, e quello poi ſi raddoppiarà. Suolſi queſto numero la prima volta pigliato, porre dalla banda ſiniſtra nella ſuperior parte d'vna croce à queſto effetto coſtrutta, e l'errore nella parte inferiore dalla medeſima banda ſiniſtra; e finalmente la lettera P. ouero M. ſecondo, che quello errore hà ſuperato il vero, ò da quello mancato in mezzo della medeſima parte ſiniſtra. Non altrimente il numero la ſeconda volta poſto con l'errore, e la lettera P. ouero M. ſi ſuole collocare dalla parte deſtra della medeſima croce, come vedi eſſer fatto nel noſtro eſſempio.

24.		96.
M	X	M
295.		280.
	15.	
	il partitore.	

Queſto numero poſto 24. così ſi eſſaminarà ſecondo il tenore della queſtione. Il $\frac{1}{2}$. di quello è 12. dal qual numero s'hà da ſottrare $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. Il $\frac{1}{3}$. del numero 12. è 4. $\frac{1}{4}$. è 3. li quali numeri leuati dal 12. ne reſtano 5. Ma doueuano reſtare 300. Hauemo adunque errato dalla verità per mancamento di 295. vnità; e però queſto errore s'hà da notare con la lettera M.

PONGASI la ſeconda volta il numero 96. il quale così ſi eſſaminarà ſecondo il tenore della queſtione. Il $\frac{1}{2}$. di quello è 48. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di queſto numero 48. ſono 16. & 12. che cauati da 48. laſciano 20. ma doueuano laſciare 300. Adunque habbiamo di nuouo mancato dalla verità in 280. vnità, e perciò queſto errore s'hà da notare ancora con la lettera M.

HORA Perche nell'vno, e l'altro ponimento ha-

hauemo mancato dalla verità, ſottraremo il minor errore del maggiore, e rimarrà il partitore 15. che ſcriueremo nella parte inferiore della croce. Doppo moltiplicaremo il numero 24. poſto la prima volta per 280. cioè, per il ſecondo errore, & il numero 96. la ſeconda volta poſto per 295. cioè, per il primo errore, e la ſottraremo il minor numero prodotto 6720. dal maggiore 28320. e reſtarà il numero 21600. che s'hà da partire. Perche queſto numero diuiſo per il partitore 15. ritrouato, darà il Quotiente 1440. che è il numero deſiderato. Perche $\frac{1}{2}$. di eſſo è 720. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di queſto numero 720. ſono 240. & 180. li quali numeri cauati da 720. laſciano 309. come nella queſtione ſi proponeua.

Ma ſciogliamo queſta medeſima queſtione per due altri numeri, che eccedono la verità, e doppo per altri, delli quali l'vno ecceda la verità, e l'altro da quella manchi. Pongaſi adunque la prima volta il numero 4800. del quale $\frac{1}{2}$. è 2400. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di queſto numero 2400. ſono 800. & 600. li quali numeri cauati da 2400. laſciano 1000. ma doueuano laſciare 300 ſolamente. Adunque habbiamo ecceduto la verità in 700. vnità; e perciò ſcriueremo queſto errore inſieme con la lettera P. nella parte ſiniſtra della croce.

4800.		2400.
P	X	P
700.		200.
	500.	
	il partitore.	

Pongaſi la ſeconda volta il numero 2400. del quale il $\frac{1}{2}$. è 1200. e di queſto il $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. ſono 400. & 300. li quali numeri leuati da 1200. ne rimangono 500. Ma doueuano ſolamente reſtare 300. Adunque di nuouo habbiamo ecceduto la verità in 200. vnità. Il quale errore notaremo ſimilmente con la lettera P. Hora ſottrato il minore errore dal maggiore, reſtarà il partitore 500. e fatta la moltiplicatione delli numeri poſti per li errori in croce, come è ſtato detto: e ſottratto il minor numero prodotto 96000. dal maggiore

1680000. reſtarà il numero 720000. che s'hà da diuidere. Il quale partito per 500. darà il Quotiente 1440. come prima.

Di nuouo poniamo la prima volta il num. 2400. il quale eſſaminato ſecondo la queſtione propoſta, trouaremo l'eccesſo 200. il qual'errore ſi douerà ſcriuere con la lettera P. Poniamo la ſeconda volta il num. 96. il quale eſſaminato al medeſimo modo, ritrouaremo il diffetto 280. che s'hà da ſcriuere con la lettera M. E perche in vna poſitione habbiamo ecceduto la verità, e nell'altra mancato dal vero, s'haueranno d'aggiongere inſieme li errori, acciò ſi componga il partitore 480. Similmente s'haueranno da raccorre in vna ſomma li due numeri prodotti dalla moltiplicatione delli numeri poſti per li errori in croce, cioè 672000. & 19200. acciò faccia il num. che s'hà da diuidere, 991200. Perche partito queſto numero 691200. & 480. ſi farà il Quotiente 1440. come prima.

2400.		96.
P	X	M
200.		280.

480.
il partitore.

Queſt. 2. II. ALESSANDRO Magno in vn ragionamento familiare, che hebbe vn giorno con Caliſthene Filoſofo, occorrendogli à caſo (come accade) far mentione dell'età, gli parlò in queſto modo. Io hò due anni più di Efeſtione, ma Clito hà l'età di amendue noi, e quattro anni di più: E così frà tutti tre habbiamo 96. anni, quanti apunto dicono, che viſſe tuo padre. Quanti anni haueua adũque all'hora Aleſſandro, Efeſtione, e Clito? Quì vedi il num. 96. douerſi diuidere in tre parti, in tal modo però, che la prima auanzi la ſeconda di due vnità, e la terza auanzi la prima, e la ſeconda gionte inſieme di quattro vnità, ouero douerſi trouare tre numeri, il primo de' quali auanzi il ſecondo in due vnità, & il terzo ecceda li primi due ſommati inſieme in quattro vnità, e che tutti tre inſieme, faccino 96. Poni adunque, che Aleſſandro haueſſe 20. anni, e perciò Efeſtione 18. e Clito 42. Peroche

roche così l'età d'Alessandro viene à superare l'età d'-Efestione di 2. anni, e Clito hauerà l'età di tutti due, cioè 38. anni, e di più 4. anni, come si propone nel quesito. Ma perche questi nu. 20.18.& 42. fanno solamente 80. douẽdo fare 96. ne segue, che habbiamo mancato dal vero in 19. vnità. Poni

20.		30.
28.	X	28.
42. M		P 62.
—		—
80.		120.
16.		24.
	40.	
	il partitore.	

adunque di nuouo, che gl'anni d'Alessandro fussero 30. e perciò quelli d'Efestione, 28. e quelli di Clito, 61. quali tutti insieme fanno 120. Ma douerebbono fare solamente 96. Habbiamo adunque ecceduto la verità in 24. vnità. Hora aggionti insieme i numeri degl'errori, atteso, che l'vno hà mancato dal vero, e l'altro hà ecceduto il vero, si farà per il partitore il num. 40. Di più fatta la moltiplicatione di 20. per 24. e di 30. per 16. e li prodotti 480. & 480. sommati insieme si faranno 960. che partiti per 40. si verrà à fare il Quotiente 24. e tanti sono gl'anni, che haueua all'hora Alessandro Magno, e perciò secondo il tenore della questione, quelli di Efestione furono 22. e di Clito 50. che tutti insieme fanno 96. anni.

III. TRE hanno vna certa quantità di denari, cioè 44. scudi. Il secondo ne hà due volte più, del primo, e di più 4. scudi, ma il terzo ne hà tanti, quanti il primo, & il secondo insieme, e di più 6. scudi. Quanti adunque ne hà ciascuno? Quì vedi il num. 44. douersi distribuire in tre parti, di modo tale, che la seconda sia doppia della prima, e contenga di più 4. ma la terza sia vguale alla prima, e seconda insieme, e contenga 6. di più. Ouero douersi cercare tre num., delli quali secondo contenga il primo due volte, e di più 4. ma il terzo contenga il primo, e secondo insieme vna volta, e di più 6. Poni adunque il primo hauere 10. il che posto, hauerà il secondo 24. cioè, il doppio del primo, e di più 4. ma il terzo hauerà 40. cioè tan- Quest. 3.

to quanto il primo, e ſecondo inſieme, & 6. di più; li quali tre numeri fanno 74. Ma dourebbono fare ſolamente 44. Adunque ſi è trapaſſato la verità in 30. vnità. Poni di nuouo il primo hauere 6. Adunque haurà il ſecondo 16. & il terzo 28. li quali tre numeri fanno 50. Ma doueriano fare ſolamente 44. Adunque ſi è di nuouo ecceduta la verità in 6. vnitã. Hora fatta la ſottrattione del minore errore del maggiore, poiche l'vno, e l'altro errore hà ecceduto la verità rimarrà il partitore 24. Fatta di poi la moltiplicatione di 10. per 6. e di 6. per 30. e ſottratto quel prodotto 60. da queſto 180. reſtarà il numero 120. che s'hà da partire: il quale partito per 24. ſi farà il Quotiente 5. Tanto adunque hà il primo, e perciò il ſecondo 14. & il terzo 25. li quali tre numeri in vna ſomma raccolti fanno 44.

10.		X		6.
24.				16.
40.	P		P	28.
—				—
74.				50.
30.				6.
		24.		
		il partitore.		

Se ſi moltiplicaſſero li numeri, che habbiamo poſti hauere il ſecondo, & il terzo, per i medeſimi errori, &c. ſi ritrouariano li numeri, che hanno veramente il ſecondo, & il terzo. Come da 24. per 6. ſi fanno 144. e da 16. per 30. ſi fanno 480. ma ſottratto quel numero da queſto, reſtano 336. Il qual numero partito per il partitore 24. ritrouato, farà il Quotiente 14. per il numero del ſecondo. Di poi da 40. per 6. ſi fanno 240. e di 28. per 30. ſi fanno 840. ma ſottratto quel numero da queſto, reſtarà il numero 600. il quale partito per il partitore 24. ſi farà il Quotiente 25. per il numero del terzo. Ma meglio è, che ritrouato il numero del primo, ſi cerchino gl'altri ſecondo il tenore della queſtione, cioè, in quel modo, che l'vno, e l'altro numero falſamente poſto è ſtato eſſamintao. Alcuna volta nondimeno tornarà più commodo ritrouare gl'altri numeri in quel modo, che il

pri-

primo è stato ricercato, come sarà manifesto nella 6. questione.

IV. Si cerchino tre numeri, che faccino 60. ma il secondo contenga il primo due volte, e di più 4. & il terzo contenga il primo, & il secondo, e di più 6. Questa questione è simile in tutto alla antecedente. Poni il primo numero essere 6. e perciò il secondo 16. & il terzo 28. il quale tre numeri fanno 50. Ma doueuano fare 60. Adunque si è fatto errore per difetto in 10. Poni di nuouo il primo numero essere 8. e perciò il secondo 20. & il terzo 34. li quali tre numeri fanno 62. Ma doueriano fare 60. Adunque hauemo trapassato il vero in 2. Fa come la regola commanda, & ritrouarai il primo numero essere 7. $\frac{2}{3}$. e consequentemente il secondo 19. $\frac{1}{3}$. & il terzo 33. li quali tre numeri fanno 60. *Quest. 4.*

6.		8.
16.	X	20.
28.		34.
— M		P —
50.		62.
10.		2.
	12.	
	il partitore.	

V. Diuidasi il numero 30. in due parti, la prima delle quali con 60. faccia vn numero triplo del numero composto della seconda parte, e da 20. Poni la prima parte essere 20. e perciò la seconda 10. La prima con 60. fa 80. e la seconda con 30. fa 30. Ma doueria il numero 80. esser triplo del nu. 30. secondo la pronuntiatione dell'essempio, il che non è, ma il numero 90. è triplo al numero 30. Habbiamo mancato adunque dal vero 10. vnità. Poni di nuouo la prima parte essere 24. e per questo la seconda 6. La prima con 60. *Quest. 5.*

20.		24.
10.	X	6.
— M		P —
10.		6.
	16.	
	il partitore.	

fa

fa 84. e la ſeconda con 20. fa 26. Ma douerai il num. 84. ſecondo il tenore della queſtione, eſſer triplo del numero 26. ilche non è ma il numero 78. è triplo del numero 26. Adunque hauemo ecceduto la verità in 6. vnità. Fà hora come la regola commanda, & ritrouarai la prima parte eſſere 22. $\frac{1}{2}$. e per queſto la ſeconda 7. $\frac{1}{2}$. Imperoche la prima con 60. fa 82. $\frac{1}{2}$. e le ſeconda con 20. fa 27. $\frac{1}{2}$. del qual numero quello è triplo.

In vn'altro modo ſi può diſtricare queſta queſtione. Perche doppo che nella prima poſitione hauemo conoſciuto, la prima parte 20. con 60. fare 80. e la ſeconda parte 10. con 20. fare 30. del qual numero quello doueua eſſer triplo; s'hauerà da conſiderare, di qual numer. ſia triplo il num. 80. e trouaremo, che è triplo del numero 26. $\frac{2}{3}$. Onde eſſendo il numero 30. maggiore che 26. $\frac{2}{3}$. in 3. $\frac{1}{3}$. haueremo per queſto ecceduto la verità in 3. $\frac{1}{3}$. Di nuouo, doppo che nella ſeconda poſitione è ſtato viſto la prima parte 24. con 60. fare 84. e la ſeconda parte 6. con 20. fare 26. del qual numero quello doueria eſſere triplo; s'hauerà da conſiderare, di qual numero ſia triplo il num. 84. e trouaremo, che è triplo del numero 28. dal quale il numero 26. manca in due vnità. Hauemo dunque mancato dalla verità in 2. Fà hora ſecondo la regola, e ritrouarai la prima parte eſſere 22. $\frac{1}{2}$. e la ſeconda 7. $\frac{1}{2}$. come prima. Ma il primo modo par più commodo, poiche per quella più facilmente ſi ſchifano i numeri rotti.

20.		24.
10.	X	6.
— P		M —
3. $\frac{1}{3}$.		2.
	5. $\frac{1}{3}$.	
	il partitore.	

Queſt. 6. VI. Cerchinſi tre numeri, delli quali il primo aggionto à 73. ſia doppio de gl'altri due; ma il ſecondo con 73. ſia triplo de gl'altri due: e finalmente il terzo con 73. ſia quadruplo de gl'altri due. Poni il primo numero eſſere 1. ouero qual ſi voglia altro numero diſparo, accioche aggionto à 73. faccia numero paro, cioè, che poſſa hauere la metà ſenza rotto, poiche il

pri-

primo con 73. deue fare vn numero dopio de gl'altri due. Perche adunque 1. con 73. fa 74. il qual numero secondo la questione proposta, deue essere doppio degli altri due, è necessario, che gl'altri due insieme siano 37. E perche il secondo con 73. deue fare vn numero triplo del primo, (che è 1.) e del terzo insieme s'hauerà per tanto da diuidere (come nella precedente questione è stato insegnato) il num. 37 in due parti, la prima delle quali con 73. faccia vn numero triplo del numero, che dalla seconda parte, e dall'vno si compone: E così auanti, che la proposta questione si scioglia, è necessaria sciorglierne vn'altra, che occorre in essa operatione.

Essempio principale.

1.				3.
$10.\frac{1}{4}.$	P	X	P	$12.\frac{1}{2}.$
$26.\frac{3}{4}.$				$25.\frac{1}{2}.$

$18.\frac{1}{4}.$

il partitore.

Poni adunque la prima parte di 37. essere 2. e perciò la seconda 35. La prima parte 2. con 73. fa 75. e la seconda parte 35. con 1. fa 36. del qual numero non è triplo il numero 75. ma il numero 108. Adunque hauendo mãcato dal vero in 33. vnità, conciosia, che di tante vnità, il nostro nu. 75. sia minore del num. 108. Poni di nuouo la prima parte essere 5. e perciò la seconda 32. La prima con 73. fa 78. e la seconda con 1. fa 33. del qual numero non è triplo il numero 78. ma il numero 99. Adunque hauemo mancato di nuouo dalla verità in 21. vnità. Fà hora secondo il precetto della regola del falso, e ritrouarai la prima parte essere 10. $\frac{1}{4}$. e perciò la seconda 26. $\frac{3}{4}$.

Essempio manco principale.

2.				5.
35.	M	X	M	32.
33.				21

12.

il partitore.

Adun-

Adunque ſe il primo numero della queſtione è 1. ſarà il ſecondo 10. $\frac{1}{4}$. & il terzo 26. $\frac{3}{4}$. perche così il primo numero con 73. fa il doppio de gl'altri due, & il ſecondo con 73. fa il triplo dell'altri due. Se adunque il terzo con 73. farà il quadruplo de gl'altri due, ſarà ſodisfatto alla queſtione. Ma il terzo con 73. fa il numero 99. $\frac{3}{4}$. il quale non è quadruplo del numero 11. $\frac{1}{4}$. che ſi compone dal primo, e ſecondo: ma il numero 45. è quadruplo del numero 11. $\frac{1}{4}$. Adunque hauemo trapaſſato la verità in 54. $\frac{3}{4}$.

Eſſempio principale.

1.			3.
10. $\frac{1}{4}$.			12. $\frac{1}{2}$.
26. $\frac{3}{4}$. P	X	P	25. $\frac{1}{2}$.
54. $\frac{3}{4}$.			36. $\frac{1}{2}$.
	18. $\frac{1}{4}$. il partitore.		

Hora poni il primo num. eſſere 3. che con 73. fà 76. il qual num. deue eſſer doppio de gl'altri due. Adunque gl'altri due ſaranno 38. E perche il ſecondo con 73. deue eſſere triplo del primo, (che è 3.) e del terzo inſieme, s'hauerà per tanto da diuidere (come nella queſtione precedente è ſtato inſegnato) il num. 38. in due parti, delle quali la prima con 73. faccia vn numero triplo del numero, che ſi compone dalla ſeconda parte, e dal 3. Poni adunque la prima parte di 38. eſſere 2. e perciò la ſeconda 36. La prima parte con 73. fa 75. e la ſeconda con 3. fa il numero 39. del quale il numero 75. non è triplo, ma il numero 117. Adunque hauemo mancato dalla verità nel numero 42. Poni di nuouo la prima parte eſſere 23 e conſequentemente la ſeconda 15. La prima con 73. fa 96. e la ſeconda con 3. fa 18. del qual numero non è triplo il nume-

Eſſempio manco principale.

2.			23.
36.			15.
M	X	P	
42.			42.
	84. il partitore.		

ro 96. ma il numero 54. Adunque hauemo trapaſſato il vero in 42. Fà ſecondo la regola del falſo, e ritrouarai la prima parte eſſere 12. $\frac{1}{2}$. e conſeguentemente la ſeconda 25. $\frac{1}{2}$.

ADVNQVE ſe'l numero primo della queſtione propoſta è 3. il ſecondo ſarà 12. $\frac{1}{2}$. & il terzo 25. $\frac{1}{2}$. Perche così il primo con 73. fa il doppio de gl'altri due, & il ſecondo con 73. fa il triplo de gl'altri due. Se adunque il terzo con 73. farà il quadruplo de gl'altri due, ſarà ſciolta la queſtione. Ma il terzo con 73. fà il numero 98. $\frac{1}{2}$. il quale non è quadruplo del num. 15. $\frac{1}{2}$. ch'è compoſto dal primo 3. dal ſecondo 12. $\frac{1}{2}$. ma il num. 62. Adunque hauemo ecceduto il vero in 36. $\frac{1}{2}$.

Eſſenpio principale.

1.			3.
10. $\frac{1}{4}$.		X	12. $\frac{1}{2}$.
26. $\frac{3}{4}$. P			P 25. $\frac{1}{2}$.
54. $\frac{3}{4}$.			36. $\frac{1}{2}$.
	18. $\frac{1}{4}$. il partitore.		

HORA ſe moltiplicarai li primi numeri per li errori in croce, e ſimilmente li ſecondi, e li terzi, (perche più commodamente ſi ritrouaranno il ſecondo, & il terzo in queſto modo, che ſe li vorremo ricercare dal primo ritrouato: imperoche quì ſarebbe neceſſario valerſi della queſtione precedente) e fatta la ſottratione, diuiderai li numeri, che rimangono, per il partitore ritrouato 18 $\frac{1}{4}$. cioè, per la differenza delli errori, poiche nell'vna, e l'altra poſitione è ſtato ſempre fatto eccesſo, ritrouarai il primo numero eſſere 7. il ſecondo 17. & il terzo 23. Perche il primo con 73. fa 80. il qual numero è doppio de gl'altri due; ma il ſecondo con 73. fa 90. il qual numero è triplo de gl'altri due; e finalmente il terzo con 73. fa 96. il qual numero è quadruplo de gli altri due.

VII. CERCHISI vn numero, che moltiplicato per 3. e prodotto aggiontoli 10. e queſta ſomma moltiplicata per 4. & al prodotto aggiontoli 20. e queſta ſomma moltiplicata per cinque, & al prodotto Queſt. 7.

ag-

aggiontoli 30. e finalmente questa somma moltiplicata per 6. & al prodotto aggiontoli 40. si produchi questo nu. 6700. Fingi quel numero essere 2. che moltiplicato per 3. fa 6.& aggiontoli 10. fa 16. e questa somma moltiplicata per 4. fa 64. & aggiontoli 20. fa 84. In oltre questa sõma moltiplicata per 5. fa 420.& aggiontoli 30. fa 450. Finalmente questa somma moltiplicata per 6.fa 2700 & aggiontoli 40. fa 2740. Ma doueua questa vltima somma essere 6700. Habbiamo adunque mancato dalla verità in 3960. Di nuouo fingi il medesimo numero essere 3. che moltiplicato per 3. fa 9. & aggiontoli 10. fa 19. e questa somma moltiplicata per 4.fa 76. & aggiontoli 20.fa 96.Di più,questa somma moltiplicata per 5.fa 480. & aggiontoli 30.fa 510. Finalmente questa somma moltiplicata per 6. fa 3060. & aggiontoli 40.fa 3100. Ma doueuamo fare 6700. Adunque di nuouo hauemo mancato dalla verità in 3600. Fà secondo la regola, ritrouarai il numero cercato essere 13. Perche questo numero moltiplicato per 3. fa 39. & aggiontoli 10. fa 49. Questa somma moltiplicata per 4.fa 196.aggiontoli 20.fa 216.la qual somma moltiplicata per 5.fa 1080.& aggiontoli 30.fa 1110.laqual somma finalmente moltiplicata per 6. fa 6660. & aggiontoli 40. fa 6700.

2.		3.
M	X	M
3960.		3600.
	360. il partitore.	

Quest. 8. VIII. Vn maestro di scola hà tanti scolari, che, se ciascheduno pagarà scudi 5. gli manchino scudi 30. per cõprare la casa, nellaquale habita; ma se ciascheduno darà 6.scudi,gl'auanzino 40.scudi, oltra il prezzo della casa. Quanti scolari adunque hà, e quanto è il prezzo della casa? Quì niente altro si cerca,che vn numero, che moltiplicato per 5. faccia tal num., che aggiontoli 30.faccia la medesima somma, la quale rimane, se il medesimo numero si moltiplica per 6. e dal prodotto si cauano 40. Poni adunque quel numero

ro de i scolari essere 30. che moltiplicato per 5. fa 150. & aggiontoli 30. fa 180. Tanto adunque li costerà la casa, se n'hauerà 30. scolari, delli quali ciascheduno paghi cinque scudi. Hora vediamo, se auanzano 40. scudi oltra questo prezzo, se ciascheduno pagarà 6. scudi. Moltiplica adunque il medesimo numero delli 30. scolari per 6. e farai 180. scudi, & auanza nulla oltra il prezzo della casa. Ma doueuano auanzare scudi 40. Adunque hauemo mancato dalla verità in 40. Di nuouo fingi il numero delli scolari essere 100. che moltiplicato per 5. fa 500. & aggiontoli 30. fa 530. Tanto adunque costarà la casa, se hauerà 100. scolari, delli quali ciascheduno paghi scudi 5. Hora vediamo, se auanzano 40. scudi oltra questo prezzo della casa, se ciascheduno darà 6. scudi. Moltiplica dunque il medesimo numero delli 100. scolari per 6. e farai 600. & auanzano 70. scudi oltra il prezzo di scudi 530. della casa. Ma doueuano auanzare solamente 40. Adunque hauemo ecceduto la verità in 30. Opera secondo la regola del falso, e ritrouarai il num. delli scolari essere 70. Perche questo numero moltiplicato per 5. fa 350. & aggiontoli 30. fa 380. Tanto adunque è il prezzo della casa. Il medesimo numero 70 delli scolari moltiplicato per 6. fa 420. il qual numero eccede il prezzo della casa di scudi 380. in 40. come la questione vuole.

40.		X		500.
	M		P	
40.				30.
		70.		

il partitore.

IX. Due doueuano partire vgualmente tra di loro 60. scudi. Ma essendo nato disparere tra essi, ciascuno ne hà tolti quanti hà possuto, Ma dipoi essendo pacificati, il primo pose giù il $\frac{1}{4}$. de' suoi denari, & il secondo $\frac{1}{5}$. de' suoi; & auuiene all'hora, che tanto il primo pigliando quel $\frac{1}{5}$. del secondo, quanto il secondo pigliando quel $\frac{1}{4}$. del primo, ne hauesse 30. scudi, quanti adunque n'haueua tolto ciascuno di loro la prima volta? Poni, che il primo pigliasse 36. scudi, e perciò il secon- Quest. 9.

do

do gl'altri 24. Se adunque il primo porrà giù $\frac{1}{4}$. cioè 9. ſcudi, gli reſtaranno in mano 27. ſcudi, a i quali ſe aggiongeremo $\frac{1}{3}$. del ſecondo, che ſi dice hauer poſto giù, cioè 8. ſcudi. faremo 35. per li denari del primo. Ma egli doueua hauere ſolamente 30. Adunque habbiamo ecceduto il vero in 5. Fingi hora, il primo hauere tolto 12. e perciò il ſecondo il reſto, cioè 48. Se adunque il primo porrà giù il $\frac{1}{3}$. cioè 3. ſcudi, gli reſtaranno 9. ſcudi, alli quali ſe aggiongeremo il $\frac{1}{3}$. del ſecondo, cioè 16. ſcudi, faremo 25. ſcudi per li ſcudi del primo. Ma doueuano eſſere 30. Adunque habbiamo mãcato dal vero in 5. vnità. Opera ſecondo la regola, e ritrouarai, che il primo ne hà tolto 24. e perciò il ſecondo 36. Perche ſe il primo porrà giù il $\frac{1}{4}$. cioè 6. ſcudi, & ali 18. che gli reſtano, aggiongerà il $\frac{1}{3}$. del ſecondo, cioè 12. hauerà 30. ſcudi. Così ancora, ſe il ſecondo porrà giù il $\frac{1}{3}$. cioè 12. ſcudi, e li 24. che reſtano, aggiongerà il $\frac{1}{4}$. del primo, cioè 6. hauerà 30. ſcudi, come il primo.

36.		12.
24.	X	48.
P		M
5.		5.
	10.	
	il partitore.	

POTREMO ancora dal numero, che per il ſecondo ponemmo, nel medeſimo modo cauare la verità. Imperoche nel primo ponimento del ſecondo, che è 24. ſe il ſecõdo porrà giù il $\frac{1}{3}$. cioè 8. ſcudi, & alli 16. che reſtano, aggiongerà il $\frac{1}{4}$. del primo, cioè 9. ſcudi, hauerà 25. ſcudi, che douerebbono eſſere 30. Habbiamo adunque mancato in 5. vnità. E nell'altra poſitione del ſecondo, ſe il ſecondo porrà giù il $\frac{1}{3}$. cioè 16. ſcudi, & a gl'altri 32. che reſtano, aggiongerà il $\frac{3}{4}$. del primo, cioè 3. ſarà 35. ſcudi, che non douerebbono eſſere più di 30. Adunque hab-

36.		12.
24.	X	48.
M		P
5.		5.
	10.	
	il partitore.	

habbiamo ecceduto il vero in 5. vnità. Fà secondo la regola, moltiplicando gl'errori per le positioni del secondo, &c. ritrouarai che il secondo hà tolto 36. scudi, & il primo 24. come prima.

X. DVE doueuano partire tra di loro 100. scudi vgualmente, ma essendo occorso tra essi dispare-re, ciascheduno ne tolse quanto puote. Doppo fatta pace, pose giù il primo il $\frac{1}{3}$. delli suoi denari, & il secondo il $\frac{1}{5}$. delli suoi: & il primo pigliò questo $\frac{1}{5}$. del secondo, & il secondo quel $\frac{1}{3}$. del primo. Il che fatto, l'vno, e l'altro hebbe 50. scudi. Quanto adunque ciascheduno nel principio ne tolse? Fingi, che il primo ne togliesse 30. scudi, e perciò il secondo 70. Il $\frac{1}{3}$. del primo e 10. che se lo pone giù, gli restaranno 20. Il $\frac{1}{5}$. del secondo è 14. che se lo daremo al primo, ne hauerà il primo 34. scudi. Ma doueua hauere 50. Adunque hauemo mancato dalla verità in 16. Fingi di nuouo, che il primo ne habbia tolto 60. e perciò il secondo 40. Il $\frac{1}{3}$. del primo è 20. che se lo pone più gli auanzano scudi 40. Il $\frac{1}{5}$. del secondo è 8. che se lo daremo al primo, ne hauerà il primo 48. Ma doueua hauere 50. Adunque hauemo mancato ancora in questo ponimento dalla verità in 2. Opera secondo la regola, e ritrouarai il primo hauere tolto 64. $\frac{2}{7}$. e perciò il secondo 35. $\frac{5}{7}$. perche il $\frac{1}{3}$. del primo è 21. $\frac{3}{7}$. che se lo pone giù, gli ne restano 42. $\frac{6}{7}$. Il $\frac{1}{5}$. del secondo è 7. $\frac{1}{7}$. che se lo pone giù, gli rimangono 38. $\frac{4}{7}$. Hora se daremo il $\frac{1}{5}$. del secondo, cioè 7. $\frac{1}{7}$. al restante del primo, che fù 42. $\frac{6}{7}$. hauerà il primo 50. Così ancora se daremo $\frac{1}{3}$. del primo, cioè 21. $\frac{3}{7}$. al resto del secondo, che fù 28. $\frac{4}{7}$. hauerà il secondo similmente 50. si come nella questione si proponeua.

Quest. 10.

30. X 60.
70. M M 40.
16. 2.

14.
il partitore.

Quest. 11. XI. Due tra di loro così distribuiscono 100. scudi, che se il primo ne pone giù $\frac{1}{3}$. delli suoi, & il secondo $\frac{1}{4}$. delli suoi, e la somma di queste parti si diuida in due parti vguali, e se ne dia $\frac{1}{2}$. all'vno, & all'altro numero rimasto, si faccino due numeri vguali, cioè 50. & 50. Quali adunque sono le parti di amendue? Fingi la parte del primo essere 60. e perciò quella del secondo 40. Se il primo ne porrà giù $\frac{1}{3}$. cioè 20. gli ne restaranno 40. ma se'l $\frac{1}{4}$. del secondo, cioè 20. s'aggiongerà al $\frac{1}{3}$. del primo, cioè à 20. si farà 30. e se'l $\frac{1}{2}$. di questa somma 30. cioè 15. daremo al resto del primo, che fù 40. faremo 55. Ma doueuamo fare solamente 50. Adunque hauemo ecceduto la verità in 5. Fingi di nuouo il primo hauere 24. e perciò il seconno 76. (Hò posti questi numeri perche il primo hà $\frac{1}{3}$. & l'altro $\frac{1}{4}$. senza rotti.) Se il primo porrà giù $\frac{1}{3}$. cioè 8. gli auanzaranno 16. ma se'l $\frac{1}{4}$. del secondo, cioè 19. s'aggiongerà al $\frac{1}{3}$. del primo, cioè à 8. farà 27. e se'l $\frac{1}{2}$. di questa somma 27. cioè 13. $\frac{1}{2}$. daremo al resto del primo, che fù 16. hauerà il primo 29. $\frac{1}{2}$. Ma doueua hauere 50. Adunque hauemo mancato dalla verità in 20. $\frac{1}{2}$. Fà hora secondo la regola, e ritrouarai la parte del primo essere 52. $\frac{16}{17}$. e perciò del secondo 47. $\frac{1}{17}$. Imperoche $\frac{1}{3}$. del primo è 17. $\frac{11}{17}$. la qual parte ponendola giù gli restaranno 35. $\frac{5}{17}$. Il $\frac{1}{4}$. del secondo è 11. $\frac{13}{17}$. che ponendolo giù gli auanzaranno 35. $\frac{5}{17}$. e la somma dal $\frac{1}{3}$. del primo, e dal $\frac{1}{4}$. del secondo, cioè, dal 17. $\frac{11}{17}$. & 11. $\frac{13}{17}$. è 29. $\frac{7}{17}$. il $\frac{1}{2}$. della quale, cioè 14. $\frac{12}{17}$. aggionto al resto del primo, cioè à 35. $\frac{5}{17}$. & al resto del secondo cioè à 35. $\frac{5}{17}$. fa 50. & 50.

60.		24.
40.	P **X** M	76.
5.		20. $\frac{1}{2}$.
	25. $\frac{1}{2}$.	

il partitore.

Quest. 12. XII. PARTISCASI il numero 1000. in due parti delle quali la maggiore eccceda la minore in 49. Fingi la maggior parte eſſere 600. e perciò la minore 400. Quella eccede queſta in 200. e noi voleuamo, che l'eccesſo foſſe 49. Adunque hauemo trapaſſato il vero in 151. Fingi di nuouo la maggior parte eſſere 550. e perciò la minore 450. Quella eccede queſta in 100. e noi voleuamo, che l'eccesſo fuſſe 49. Adunque vn'altra volta hauemo trapaſſato il vero in 51. Opera adunque ſecondo la regola, e ritrouarai la maggior parte eſſere 524. $\frac{1}{2}$. e perciò la minore 475. $\frac{1}{2}$. Perche quella eccede queſta nel numero propoſto 49.

60. X 24.
40. P X M 76.
5. 20. $\frac{1}{2}$.
25. $\frac{1}{2}$.
il partitore.

600. X 550.
400. P X P 450.
151. 51
100.
il partitore.

XIII. VNO hà due vaſi d'oro, & vn coperchio di valuta di 150. ſcudi, che aggionto al primo vaſo, fa quello triplo del ſecō-do vaſo nel prezzo; ma aggionto al ſecondo vaſo, fa quello del medeſimo prezzo con il primo. Quanto adunque coſtano queſti due vaſi? Quì ſi cercano due numeri delli quali il primo con 150. ſia triplo del ſecondo, & il ſecondo con 150. ſia vguale al primo. Poni il primo vaſo coſtare 30. ſcudi. (Pongo queſto numero, perche aggiontoli 150. ſi fa vn num. che è triplo ad vn'altro ſenza rotti.) Aggiontoli il coperchio di 150. ſcudi coſtarà 180. E perche queſto prez- *Queſt. 13.*

30. X 90.
150. 150.
—— P X M ——
180. 240.
180. 140.
40.
il partitore.

zo deue eſſer triplo del prezzo del ſecondo vaſo, coſtarà per tanto il ſecondo vaſo 60. ſcudi. Aggiontoli il coperchio di 150. ſcudi, coſtarà 210. ſcudi. Ma doueua coſtare ſolamente 30. acciò il prezzo ſuo fuſſe vguale al prezzo del primo.

30. X 90.
150. 150.
— P M —
180. 240.

180. 140.

40.
il partitore.

Adunque hauemo ecceduto il vero in 180. Poni di nuouo il primo vaſo coſtare 90. ſcudi. Aggiontoli il coperchio di 150. ſcudi, coſtarà 240. ſcudi, e perciò il ſecondo vaſo coſtarà 80. ſcudi, atteſo, che quel numero ſia triplo di queſto. Aggiontoli il coperchio, coſtarà 230. Ma doueua coſtare ſolamente 90. acciò il prezzo ſuo fuſſe vguale al prezzo del primo. Hauemo dunque vn'altra volta ſuperato il vero 140. Fà ſecondo la regola, e ritrouarai il prezzo del primo vaſo ſcudi 300. Perche aggiontoli il coperchio di 150. ſcudi, ſi farà il prezzo di 450. ſcudi, e per queſto il prezzo del ſecondo vaſo ſarà 150. ſcudi, cioè, la terza parte di quello, & aggiontoli il coperchio di 150. ſcudi, ſi farà il prezzo di 300. ſcudi, vguale al prezzo del primo.

Queſt. 14. XIV. Vno hà due vaſi d'oro, & vn coperchio, che vale 100. ſcudi, il quale aggionto al primo vaſo fa quello triplo del ſecondo nel prezzo; ma aggionto al ſecondo fa quello duplo del primo nel prezzo. Quanto adunque vagliano quelli due vaſi? Fingi il primo valere ſcudi 50. Aggiontoli il coperchio di ſcudi 100. valerà 150. ſcudi, & perciò il ſecondo valerà ancora 50. ſcudi, atteſo, che quel numero ſia triplo di queſto. Aggiontoli il coperchio valerà 150. ſcudi, il

50. X 110.
100. 100.
— P M —
150. 210.
50. 50.

100.

il partitore.

qual

qual numero non è doppio di quel prezzo del primo di ſcudi 50. ma il numero 100. è doppio di 50. Adunque hauemo trapaſſato la verità nel numero 50. poni di nuouo il primo valere 110. ſcudi. Aggiontoli il coperchio di 100. ſcudi, valerà 210. ſcudi, e per queſto il ſecondo valerà 70. ſcudi, eſſendo, che quel numero ſia triplo queſto. Aggiontoli il coperchio di ſcudi 100. valerà 170. ſcudi, il qual numero non è doppio del prezzo del primo di ſcudi 110. ma il numero 220. è doppio di quello. Adunque hauemo mancato dalla vdrità in queſto numero 50. Opera ſecondo la regola, e ritrouarai il prezzo del primo vaſo ſcudi 80. Perche aggiontoli il coperchio di 100. ſcudi, ſi farà il prezzo di 180. ſcudi, e per queſto il prezzo del ſecondo vaſo ſarà di 60. ſcudi, cioè, la terza parte di quello; & aggiontoli il coperchio, ſi farà il prezzo di 160. ſcudi doppio del prezzo del primo, ch'era di ſcudi 80.

XV. Vno comprò tante pernici, che ſe ne haueſſe compre $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di quelle, e di più 22. ne haueria 100. Quante adunque ne comprò? Quì ſi cerca vn numero, del quale $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. con 22. faccino 100. Poni colui hauere comprato 12. Il $\frac{1}{2}$. di queſto numero è 6. & $\frac{1}{3}$. 4. & $\frac{1}{4}$. 3. le quali parti fanno 13. & aggiontoli 22. fanno 35. Ma doueuano fare 100. Adunque hauemo mancato dal vero in 65. Poni di nuouo colui hauerne compre 60. Il $\frac{1}{2}$. di queſto numero è 30. & $\frac{1}{3}$. 20. & $\frac{1}{4}$. 15. le quali parti fanno 65. & aggiontoli 22. fanno 87. Ma doueuano fare 100. Adunque hauemo mancato di nuouo dal vero in queſto numero 13. Fà adunque ſecondo le regola, e ritrouarai colui hauer comparato 72. pernici. Perche $\frac{1}{2}$. di queſto numero è 36. & $\frac{1}{3}$. 24. & $\frac{1}{4}$. 18. le quali parti fanno 78. e aggiontali 22. fanno 100. Queſt. 15

12.		60.
M	X	M
65.		13.
	52.	

il partitore.

Queſt. 16. XVI. Due hanno vna certa ſomma di ſcudi, che ſe il ſecondo ne darà 12. al primo, il primo ne hauerà ſei volte tanto, quanto il ſecondo; e ſe il primo ne darà 15. al ſecondo, ne hauerà il ſecondo dieci volte tanto, quanto il primo. Adunque ciaſcheduno quanti ſcudi ne hà? Quì ſi cercano due numeri, delli quali il primo con 12. vnità del ſecondo ſia ſei volte tanto, quanto l'auanzo del ſecondo; & il ſecondo con 15. vnità del primo ſia dieci volte tanto, quanto l'auanzo del primo. Per potere più facilmente ſciorre queſta, & altre ſimili queſtioni ſenza rotti, s'hauerà da cominciare dal num. ſecondo. Fingi adunque il ſecondo hauere 20.

20.		100.
M	X	M
175.		4895.
	4720.	
	il partitore.	

del qual numero ſe deremo 12. vnità al primo, hauerà il primo, ſecondo il tenore della queſtione, ſei volte tanto, quanto è il reſto del ſecondo, che è 8. Hauerà adunque all'hora il primo 48. perciò, auanti che pigliaſſe 12. dal ſecondo, ne haueua 36. Ma ſe di queſto numero 36. del primo, daremo 15. vnità al ſecondo, che ne hà 20. hauerà il ſecondo 35. il qual num. deue eſſere dieci volte tanto, ſecondo il tenore della queſtione, quanto è il reſto del primo, che è 21. Ma è coſa chiara, il numero 35. non eſſere dieci volte tanto, quanto è il numero 21. ma il num. 210. è dieci volte tanto. Adunque hauemo mancato dalla verità in 175. Poni di nuouo il ſecondo hauere 100. del qual num. ſe daremo 12. vnità al primo, hauerà il primo, ſi come vuole la queſtione, ſei volte tanto, quanto è l'auanzo del ſecondo, che è 88. Hauerà adunque il primo all'hora 528. e però, innanzi

20.		100.
M	X	M
175.		4895.
	4720.	
	il partitore.	

che pigliasse 12. dal secondo, ne haueua 516. Hora se da questo numero 516. del primo, daremo 15. vnità al secondo, hauerà il secondo 115. il qual numero deue essere dieci volte tanto, come vuole la questione, quãto è il resto del primo, che è 501. Ma è cosa chiara, il numero 115. non essere dieci volte tanto, quanto è il numero 501. ma il numero 5010. è dieci volte tanto. Adunque hauemo mancato di nuouo dalla verità in 4895. Opera secondo la regola, e ritrouarai in secondo hauere 17. $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{9}$. dal qual numero se daremo 12. vnità al primo, hauerà il primo sei volte tanto, quanto è il resto del secondo, che è 5. $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{9}$. Adunque hauerà all'hora il primo 30. $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{9}$. e perciò auanti, che pigliasse 12. dal secondo, ne hebbe 18. $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{9}$. Perche se di questo numero daremo 15. vnità al secondo, hauerà il secondo 32. $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{9}$. il qual numero è dieci volte tanto quanto è l'auanzo del primo, che è 3. $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{9}$. si come anco propone la questione.

XVII. Due hanno vna certa somma di scudi, se il secondo darà 6. al primo, hauerà il primo il doppio del resto del secondo, e se il primo darà tre al secondo, hauerà il secondo vn numero vguale al resto del primo. Quanti scudi adunque ciascheduno hebbe? Quì ancora si cercano due numeri, delli quali il primo con sei vnità del secondo, sia doppio dell'auanzo del secondo & il secondo con 3. vnità del primo, sia vguale all'auanzo del primo. Poni il secondo hauere 15. del qual num. se daremo 6. vnità al primo, hauerà il primo 18. cioè, il doppio del resto del secondo che è 9. E per questo prima, che pigliasse 6. dal secondo, ne hebbe 12. Hora se da *Quest. 17.*

15. 20.

P X P

9. 4.

5.

il partitore.

questo numero 12. daremo 5. vnità al secondo, hauerà il secondo 18. ilqual numero non è vguale al resto del primo, che è 9. ma maggiore. Adunque hauemo trapassato la verità in noue. Poni di nuouo il secondo hauere 20. dal qual numero, ſe daremo 6. vnità al primo, hauerà il primo 28. cioè, il doppio del reſto del ſecondo, che è 14. Adunque auanti che pigliaſſe 6. dal ſecondo, ne haueua 22. Hora ſe il primo darà al ſecondo 3. vnità, hauerà il ſecondo 23. qual numero non è vguale al reſto del primo, che è 19. ma maggiore. Adunque hauemo ecceduto di nuouo la verità in 4. Opera ſecondo la regola, e ritrouarai il ſecondo hauere 24. dal qual numero, ſe daremo 6. vnità al primo, hauerà il primo 36. cioè, il doppio del reſto del ſecondo, che è 18. Adunque prima ne hebbe 30. e per queſto ſe darà 3. vnità al ſecondo, hauerà il ſecondo 27. il qual numero è vguale al reſto del primo, che ancora è 27.

Queſt. 18. XVIII. È vna ciſterna, che hà in fondo tre cannelle diſuguali. Per la maggiore verſa tutta l'acqua in 2. hore, per la mezzana in 3. e per la più piccola in 6. Se adunque l'acqua ſempre ſi verſerà vgualmente, in quanto tempo ſi votarà, ſe tutte tre le cannelle s'apriranno inſieme? Fingi in 4. hore, e dì: Se la maggior cannella in 2. hore vota vna ciſterna, che votarà in 4. hore? e ritrouarai 2. ciſterne. Di più: Se la cannella mezzana in 3. hore vota vna ciſterna, quanto ne votarà in 4. hore? e ritrouarai 1. $\frac{1}{3}$. di ciſterna. Di più: Se la più piccola cannella in 6. hore vota vna ciſterna, quanto ne votarà in 4. hore? e ritrouarai $\frac{2}{3}$. di ciſterna e così tutte tre le cannelle in 4. hore votaranno 4. ciſterne.

il partitore.

Ma noi vogliamo ſolamente vna ciſterna. Adunque hauemo ecceduto il vero in 3. Poni di nuouo in 10. hore. E dì: Se la maggior cannella in 2. hore vota vna ciſterna, quanto ne votarà in 10. hore? e ritrouarai 5. ciſterne. Di più: Se la cannella mezzana vota vna ciſterna in 3. hore, quanto ne votarà in 10. hore?

hore? e ritrouarai ciſterne 3. $\frac{1}{3}$. Di più: Se la più piccola cannella in 6. hore vota vna ciſterna, che votarà in 10. hore? e ritrouarai 1. $\frac{2}{3}$. ciſter. e così tutte tre le cannelle votariano in 10. hore 10. ciſterne. Ma noi vogliamo vna ciſterna. Adunque habbiamo di nuouo ecceduto il vero in 9. Fa ſecondo la regola, e ritrouarai il vn'hora votarſi la ciſterna. Perche la maggior cannella in vn'hora votarà $\frac{1}{2}$. e la mezzana $\frac{1}{3}$. e la più piccola $\frac{1}{6}$. le quali parti tutte fanno 1. ciſterna.

Queſta queſtione ſi può proporre ancora così. E vna ciſterna, che hà nella bocca tre cannelle diſuguali: Per la maggior ſi empie la ciſterna in 2. hore, per la mezzana in 3. e per la più piccola in 6. &c.

XIX. E vna ciſterna, che ha vna cannella nella bocca, per la quale s'empie in 12. hore, e nel fondo hà vn'altra cannella, per la qual ſi vota in 18. hore. Se adunque per la cannella di ſopra di continouo entrarà acqua, e per quella da baſſo ſempre ne vſcirà, in quanto tempo s'empierà tutta la ciſterna? Poni in 20. hore. E dì: Se in 18. hore ſi vota vna diſterna, che ſi votarà in 20. hore? e ritrouarai 1. $\frac{1}{9}$. ciſter. Adunque è neceſſario, che ſi empino in 20. hore ciſterne 2. $\frac{1}{3}$, accciochе nel medeſimo tempo votandoſi 1. $\frac{5}{9}$. ciſterne, reſti 1. ciſterna piena. Dì adunque: Se in 12. hore s'empie 1. ciſterna, che s'empierà in 20. hore? e ritrouarai 1. $\frac{2}{3}$. ciſterne. Ma noi vogliamo ciſter. 2. $\frac{1}{9}$. Adunque hauemo mancato dalla verità in $\frac{4}{9}$. Poni hora in 30. hore. E di: Se in 18. hore ſi vota 1. ciſterna, che ſi votarà in 30. hore? e ritrouarai 1. $\frac{2}{3}$. ciſter. E neceſſario adunque, che in 30. hore s'empino ciſterne 1. $\frac{2}{3}$. acciochе nel medeſimo tempo, votandoſi 1. $\frac{2}{3}$. ciſtern.

20.			30.
M	X		M
$\frac{4}{9}$.			$\frac{1}{6}$.

$\frac{\ }{1}\ \frac{5}{\ }\ \frac{\ }{1}$.

il partitore.

resti piena 1. cisterna. Dì adunque: Se in 12. hore s'empie vna cisterna, che s'empierà in 30. hore? e ritrouarai cisterne 2. $\frac{1}{2}$. Ma noi voleuamo cisterne 2. $\frac{2}{5}$. Di nuouo adunque hauemo mancato dalla verità in $\frac{1}{6}$. Opera adunque secondo la regola, è ritrouarai in 36. hore empirsi la cisterna. Perche in 36. hore la cannella superiore empierà 3. cisterne, e l'infieriore votarà due cisterne, e così ne rimarrà vna piena.

Quest. 20. XX Vn'artefice finisce vna certa opera in trenta giorni; ma se ne s'aggiongerà vn'altro, la finiranno tutti due in 18. giorni. In quanto tempo adunque questo secondo solo finirà la medesima opera? Dì primieramente: Se il primo maestro in 30. giorni finisce l'opera, quanto ne farà in 18. giorni, e ritrouarai $\frac{3}{5}$. dell'opera. Adunque il secondo nel medesimo tempo ne farà $\frac{2}{5}$. acciò che tutti due finischino tutta l'opera. Poni adunque primieramente, che il secondo finisca tutta l'opera in 40. giorni, e dì: Se il secondo in 18. giorni spedisce $\frac{2}{5}$. dell'opera, quãto ne farà in 40. giorni? e ritrouarai $\frac{8}{9}$. dell'opera. Ma noi habbiamo posto, che finirebbe tutta l'opera. Adunque hauemo mancato dalla verità in $\frac{1}{9}$. Secondariamente, poni il secondo finire l'opera in 60. giorni, e dì: Se il secondo in 18. giorni finisce $\frac{2}{5}$. dell'opera, quanto ne fornirà in 60. giorni? e ritrouarai 1. $\frac{3}{9}$. Ma noi hauemo posto, che finirebbe vn'opera solamente, adunque hauemo ecceduto la verità in $\frac{3}{9}$. Opera secondo la regola, e ritrouarai il secondo finire tutta l'opera in 45. giorni. Perche se in 18. giorni fa $\frac{2}{5}$. dell'opera, in 45. giorni farà vn'opera intiera.

40. X 60.
M P
$\frac{1}{9}$. 9.
$\frac{4}{9}$.
partitore

Più facilmẽte senza la regola del falso, questa questione si sciorrà in questo modo. Doppo che ritrouasti, che il secondo in 18. giorni finisce $\frac{2}{5}$. dell'opera, talche manchino $\frac{3}{5}$. dì: Se $\frac{2}{5}$. ricercano 18. giorni, quanti gior-

giorni ricercaranno $\frac{3}{5}$. e ritrouarai 27. giorni, li quali aggionti à 18. fanno 45. giorni, nelli quali finirà tutta l'opera, come prima. Ouero dì: Se $\frac{2}{5}$. ricercano 18. giorni, quanti giorni ce ne vogliono per vn'opera intiera? e ritrouarai di nuouo 45. giorni come prima.

XXI. Tre hanno giuocato tra di loro tal ſorte, che il primo guadagnò ſubito $\frac{1}{2}$. delli denari del ſecondo; ma doppo il ſecondo guadagnò $\frac{1}{3}$. delli denari del terzo: e finalmente il terzo guadagnò $\frac{1}{4}$. di quei denari, che in primo portò al giuoco. E finito il giuoco, ciaſcheduno di loro ſi trouò hauere ſcudi 700. Quanti denari adunque ciaſcheduno portò al giuoco? *Queſt.21.*
Quì non ſi cerca altro, ſe non, che il propoſto numero 2100. (Perche ſe ciaſcuno hà 700. haueranno tutti tre 2100.) ſi partiſca in tre parti, di maniera, che ſe la prima dia $\frac{1}{4}$. alla terza, e pigli $\frac{1}{2}$. della ſeconda; ma la ſeconda pigli $\frac{1}{3}$. della terza, ſi faccino tre num. vguali, cioè 700. 700. 700. Ouero ſi cercano tre numeri, delli quali il primo ponendo giù la $\frac{1}{4}$. e pigliando la $\frac{1}{2}$. del ſecondo, faccia 700. Similmente il ſecondo, ponendo giù la $\frac{1}{2}$. e pigliando la $\frac{1}{3}$. del terzo faccia 700. E nel medeſimo modo il terzo, ponendo giù la $\frac{1}{3}$. e pigliando la $\frac{1}{4}$. del primo faccia ancora 700. Poni il primo giuocatore hauere portato ſcudi 100. Che ſe ne perderà la $\frac{1}{4}$. cioè 25. glie n'auanzaranno 75. E perche queſto reſto con la $\frac{1}{2}$. del ſecondo deue fare 700. ſarà per tanto la $\frac{1}{2}$. del ſecondo 625. poiche queſto numero con il reſto del primo, cioè con 75. fa 700. Portò adunque il ſecondo 1250. E doppo, che ne hauerà perſo la $\frac{1}{2}$. glie ne reſteranno 625. Ma perche queſto reſto con la $\frac{1}{3}$. del terzo deue fare 700. ſarà per queſto la $\frac{1}{3}$. del terzo 75. poiche queſto numero con il reſto del ſecondo, cioè, con 625. fa 700. Per la qual coſa il terzo portò con ſeco nel giuoco 225. E doppo che ne hauerà perſo la $\frac{1}{3}$. glie ne ri-

100.			200.
1250.			1400.
225. M	X	M	450.
525.			350.
	175.		
	il partitore.		

mar-

marrano 150. Ma perche questo resto con la $\frac{1}{4}$. del primo, cioè, con 25. fa 175. e doueua fare 700. haueremo per tanto mancato dalla verità in questo numero 525.

Poni di nuouo il primo hauere portato al giuoco scudi 290. Che se ne perderà la $\frac{1}{4}$. cioè 50. glie ne auanzaranno 150. scudi, che con la $\frac{1}{2}$. del secondo deuono fare 700. Sarà adunque la $\frac{1}{2}$. del secondo 350. scudi, e perciò il secondo portò 1100. e perso che hauerà la $\frac{1}{2}$. gli n'auanzaranno scudi 550. che con la $\frac{1}{3}$. del terzo deuono fare 700. Sarà adunque la $\frac{1}{3}$ del terzo 150. e per tanto nel principio del giuoco, ne hebbe 450. e perso che hauerà la $\frac{1}{3}$. gli ne resteranno scudi 300. li quali con la $\frac{1}{4}$. del primo, cioè con 50. fanno 350. ma doueuano fare 700. Adunque hauemo mancato ancora adesso dalla verità in questo numero 350. Opera secondo la regola, e ritrouarai il primo giuocatore hauer portato 400. scudi. Il secondo 800. & il terzo 900. E questi numeri del secondo, e del terzo ritrouarai, ouero per la regola del falso, moltiplicando gl'errori per li ponimenti del secondo, e del terzo in croce, &c. ouero li cauarai dal primo ritrouato, si come poco innanzi dal 100. & 200. quali numeri falsamente hauemo posto, che hauesse il primo, ritrouammo i numeri del secondo, e del terzo. Perche se il primo hà 400. hauerà (leuando la $\frac{1}{4}$. cioè 100. che hà perso) 300. E perche con la $\frac{1}{2}$. del secondo deue hauere 700. sarà per questo la $\frac{1}{2}$. del secondo 400. e per tanto il secondo portò 800. E perso che hauerà la $\frac{1}{2}$. gli n'auanzaranno 400. Ma perche questa [illegible]. con la $\frac{1}{3}$. del terzo deue fare 700. sarà per questo la $\frac{1}{3}$. del terzo 300. e però il terzo portò 900. Perche perso che hauerà la $\frac{1}{3}$. gli ne resteranno 600. alli quali se s'aggiongerà la $\frac{1}{4}$. del primo, cioè 100. scudi, hauerà 700. come la questione vuole.

Quest. 22. XXII. Tre mercanti hanno guadagnato scudi 480. li quali, hauendo risguardo alli denari, che ciascheduno pose, così tra di loro distribuirno. La parte del secondo auanzò la parte del primo in 12. e la parte del terzo auanzò la parte del secondo in 16.

Quale

Quale adunque fù la parte di ciascuno? Fingi il primo hauere hauuto 1. scudo, (perche voglio sciorre questa questione per num. minimi, cioè per il ponimento del 1 e del 2. acciò più dichiaramente apparisca la generalità di questa regola del falso) e perciò il secondo 13. & il terzo 29. li quali numeri fanno 43.

1.		2.
13.		14.
29. M	X	M 30.
43.		46.
357.		354.
	3.	
	il partitore.	

Ma doueuano fare 400. Adunque houemo mancato dalla verità in 357. Fingi di nuouo il primo hauere hauuto 2. scudi, e perciò il secondo 14. & il terzo 30. li quali numeri fanno 46. Ma doueuano fare 400. Adunque hauemo mancato ancora adesso dalla verità in 354. Opera secondo la regola, e ritrouarai la parte del primo essere 120. scudi, del secondo 132. e del terzo 148. li quali tre numeri fanno la somma di 400. scudi, come si propone nella questione.

XXIII. L'essercitio dell'Imperatore contra li Turchi è di 40000. fanti Tedeschi, e di tanti fanti Italiani, & Vngari, che il numero delli Italiani fà la $\frac{1}{2}$. di Tedeschi, e delli Vngari, ma il numero delli Vngari fà la $\frac{1}{3}$. delli Tedeschi, & Italiani. Quanto adunque è il numero dell'Italiani, e quanto delli Vngari, e finalmente quanto tutto l'essercito? Fingi l'Italiani essere 30000. E perche questo num. deue essere $\frac{1}{2}$. dei Tedeschi, & Vngari, faranno necessariamente li Tedeschi, & Vngari 60000. Adũque, conciosiache li Tedeschi siano 40000. saranno Quest. 23.

30000.		24000.
20000.		8000.
P	X	P
10000.		40000.
	30000.	
	il partitore.	

no li Vngari 20000. che deuono fare la $\frac{1}{3}$. delli Tedeschi, & Italiani, cioè, del numero 70000. Ma fanno la $\frac{1}{3}$. del numero 60000. e non del numero 70000. Adunque hauemo ecceduto la verità in 10000. Fingi di nuouo l'Italiani essere 24000. E per questo numero deue essere la $\frac{1}{2}$. delli Tedeschi, & Vngari, saranno per questo li Tedeschi, & Vngari 4800. Conciosia dunque, che li Tedeschi siano 40000. saranno li Vngari 8000. che deuono fare la $\frac{1}{3}$. delli Tedeschi, & Italiani, cioè del numero 64000. ma fanno la $\frac{1}{3}$. del numero 24000. e non del numero 64000. Hauemo adunque ancora adesso auanzato il vero in 40000. Opera secondo la regola, e ritrouarai l'Italiani essere 32000. e li Vngari 24000. e perciò tutto l'essercito 96000. Perche in questo modo l'Italiani fanno la $\frac{1}{2}$. delli Tedeschi, & Vngari, e li Vngari la $\frac{1}{3}$. delli Tedeschi, & Italiani, come è manifesto.

Quest. 24. XXIV. Mi è parso di porre quì quell'artificio di Archimede, con il quale si come riferisce Vitruuio nel lib. 9. al cap. 3. ritrouò il furto d'vn certo Orefice in vna corona d'oro, cioè, quanto argento haueua mescolato, senza disfare la corona. Perche hauendo Hierone Rè deliberato di offerire per voto alli suoi Dei vna corona di puro oro, l'Orefice tolta vna parte dell'oro vi mescolò altretanto argento. Onde sdegnatosi Hierone d'essere così burlato, (per dire, come parla Vitruuio) nè sapendo come ritrouare tal furto, pregò Archimede, che pigliasse cura di pensarui sopra. Egli alhora hauuta questa commissione, se ne entrò a caso nel bagno, iui descendendo nel vaso, considerò, che tanta acqua n'vsciua fuori del vaso, quanta parte del suo corpo in quella entraua. Onde hauendo di quà ritrouata la ragione della risolutione del quesito proposto, non si fermò punto, ma spinto dall'allegrezza, saltò subito fuori del vaso, & andando ignudo verso casa, si faceua intendere ad alta voce di hauer trouato ciò che cercaua. Perche correndo spesso spesso gridaua alla greca εὔρηκα εὔρηκα. Et all'hora de combattimento di questa inuentione, si dice hauer fatto due masse del medesimo peso con la corona, vna d'oro, e l'all'altra d'argento. Doppo che hebbe fatto così, pigliò vn vaſo grande, e lo empì d'acqua inſino al colmo, & in quello poſe la maſſa d'argento, della quale quãta parte s'attuffò nel vaſo, tanta acqua vſcì fuori; e così leuata via la maſſa, riempì quanto era calato, miſurandolo con vna miſura, di modo, che'l vaſo fuſſe pieno infin'alla bocca, come era prima. E così da quello ritrouò di quanto vna certa miſura d'acqua a vn certo peſo di argento riſpondeſſe. E come hebbe eſperimentato queſto, all'hora poſe finalmente la maſſa d'oro nel detto vaſo pieno; e quella cauata, con la medeſima ragione, adoperando la miſura ſteſſa, ritrouò, che dell'acqua, non v'era vſcita tanta, ma tanto manco, quanto manco grande di corpo del medeſimo peſo era la maſſa dell'oro, che dell'argento. Dipoi riempito il vaſo, e nella medeſima acqua poſta la corona ſteſſa, ritrouò la corona hauer buttata più acqua, che la maſſa d'oro del medeſimo peſo: e così diſcorrendo da quello, che più acqua haueua buttata la corona, della maſſa d'oro, ritrouò il meſcolamento dell'argento nell'oro. Fin quì Vitruuio. Dichiaramo hora noi, in che modo per la regola del falſo il detto furto, ò meſcolamento ſi poſſi ritrouare, ſeruendoci di quello artificio di Archimede.

Pongaſi per eſſempio, quella corona eſſer ſtata di 100. libre, e quella poſta nel vaſo hauer buttata 65. libre d'acqua, ma poſta nel medeſimo vaſo la maſſa d'oro ſchietto di 100. libre, hauer buttata 60. libre; e finalmente poſta nel medeſimo vaſo la maſſa d'argento ſchietto hauer buttata 90. libre d'acqua. Fingi adũque, che l'Orefice habbia rubbato 40. libre di oro, e che habbia rimeſſe tante altre libre d'argento, ſi che nella corona fuſſero 67. libre d'oro, & 40. libre d'argento. Vedi hora, ſe la corona coſi meſchiata butti 65. libre d'acqua. Il che coſi ſaprai. Di: Se 100. libre d'oro buttano 60. libre d'acque, quanta acqua buttaranno 60. libre d'oro. E ſe 100. libre d'argento buttono 90. libre d'acqua, quanta acqua buttaranno 40. libre d'argento? e ritrouarai nell'vna, e l'altra operatione 36. libre d'acqua; ſi che la corona buttarà 72. libre d'-

ac-

acqua. Ma doueua buttare solamente 65. libre. Adunque hauemo ecceduto la verità in 7. Fingi adesso, che l'Orefice habbia rubbato 30. lib. d'oro, e perciò nella corona esserci 70. libre d'oro, & 30. d'argento. Dì adunque: Se 100. libre d'oro buttano 60. libre d'acqua, quanta acqua buttaranno 70 libre d'oro? E se 100. libre d'argento buttano 90. libre d'acqua, quanta acqua buttaranno 30. libre d'argento? e ritrouarai nella prima operatione 42. libre, e nell'altra 27. che fanno 69. libre d'acqua. Ma doueuano essere solamente 65. libre. Di nuouo adunque hauemo ecceduto la verità in 4. Opera secondo la regola, e ritrouarai l'Orefice hauer rubbato libre 16. $\frac{2}{3}$. d'oro, e perciò in quella corona essere mescolate libre 83. $\frac{1}{3}$. d'oro, & 16. $\frac{2}{3}$. d'argento. E per prouarlo, dì: Se 100. libre d'oro buttano 600. libre d'acqua, quanta acqua buttaranno libre 83. $\frac{1}{3}$. d'oro? E se 10[illegible] libre [illegible] argento buttano 90. libre d'acqua, quanta acq[illegible] buttaranno libre 16. $\frac{2}{3}$. d'argento? e ritrouarai nell[illegible] prima operatione 50. libre d'acqua, e nell'altra 15. libre d'acqua, le quali tutte fanno 65. libre d'acqua, cioè, quante hauemo posto, che la corona ne buttaua.

60.				70.
40.				30.
P		X		P
	7.		4.	
		3.		

il partitore.

Nel medesimo modo si sarebbe ritrouato il furto, ancorche la masse d'oro, e d'argento non fussero state di 100. libre, come era la corona, ma di qual si voglia numero di libre, come per essempio la massa d'oro di libre 10. e la massa dell'argento di libre 20. perche diligentemente si cerchi, quant'acqua ciascheduna massa ne butti. Noi poniamo per essempio, che 10. libre d'oro buttino 6. libre d'acqua, ma 20. libre d'argento 18. libre d'acqua. Onde nella prima positione dirai. Se 10. libre d'oro buttano 6. libre d'acqua, quanto d'acqua buttaranno 60. libre d'oro? &c.

Se

Se la corona si porrà di 300. libre, e le masse d'oro, e d'argento d'altre tante libre, con questa conditione; che la corona ne cacci 218. libre d'acqua, ma l'oro 206. libre d'acqua, e l'argento 230. libre d'acqua: ritrouaremo nella corona essere state poste 150. libre d'oro, & altre tante d'argento.

100.				101.
200.	P	X	P	199.
4.				$2\frac{1}{2}.\frac{3}{5}.$

$\frac{\ }{2}\,\frac{2}{\ }\,\frac{\ }{5}.$

il partitore.

Come si vede in questi due ponimenti, nel primo del quali si pongono 100. libre d'oro, & 200. libre d'argento, ma nel secondo 101. libre d'oro, & 199 d'argento, &c. Con questo artificio adunque, & ingegno, si ritrouarà in qual si voglia massa d'oro, e d'argento composta, quanto d'oro, e quanto d'argento ci sia meschiato.

DELLE PROGRESSIONI ARITMETICHE.

Cap. XXIV.

PROGRESSIONE Aritmetica, è vn ordine di più numeri, che si vanno l'vn l'altro auanzando ordinatamente con vguali auanzi. Come quì vedi. *Che cosa sia progressione Aritmetica.*

Progressione naturale de i numeri, che incomincia dall'1.

1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12.13.14. &c.

Progressione de i numeri dispari, che comincia dall'1.

1.3.5.7.9.11.13.15.17.19.21.23.25.27. &c.

Progressione de i numeri pari che comincia dal 2.

2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16. 18. 20. 22. 24. 26. 28. &c.

Che cosa sia progressione naturale de i numeri dispari, e pari.

Peroche la prima di queste tre progressioni si dice progressione naturale de i numeri, e comincia dall'1. nella quale tutti li numeri, per ordine si auanzano l'vn l'altro con vna vnità. Ma la seconda si dice progressione de i numeri dispari, e comincia ancora dall'1. nella quale tutti li numeri si auanzano l'vna l'altro per ordine con 2. La terza finalmẽte si domanda progressione de i numeri pari, e comincia da 2. che è il primo numero paro, si come anco l'1. è il primo numero disparo anzi il primo di tutti li numeri, benche impropriamente. Et in questa progressione de i numeri pari, tutti li numeri si auanzano l'vn l'altro ancora per ordine con 2. si come anco nella progressione delli numeri dispari. Del medesimo modo quì.

Altre progressioni.

2. 5. 8. 11. 14. 17. 20. 23. 26. 29. &c.
4. 8. 12. 16. 20. 24. 28. 32. 36. 40. &c.

La progressione Aritmetica in che modo si cõtinoui.

La prima di queste progressioni comincia dal 2. e camina sempre, inanzi con 3. atteso, che tutti li numeri in quella si auanzino l'vn l'altro per ordine in 3. Ma la seconda incomincia dal 4. e sequita caminando per il medesimo numero 4. poiche in quella tutti li numeri si auanzano l'vn l'altro per ordine in 4.

In che modo si ritroui la differenza della progressione Aritmetica.

Ciascheduna progressione Aritmetica si continouarà verso li numeri maggiori, se la differenza, ouero l'eccesso s'aggiongerà a quel numero, doppo il quale la progressione s'hà da continuare, & estendere. Come se questa progressione 4. 9. 14. 19. 24. s'hauerà da continouare doppo il 24. aggiongeremo la differenza, ouero l'eccesso della progressione, cioè 5 (la qual differenza, ouero eccesso ritrouaremo, sottrahendo il primo numero della progressione dal secondo,

condo, ouero qual si voglia altro dal prossimo maggiore nella medesima progressione, (all'vltimo numero 24. e faremo 29. Di nuouo à questo numero aggiongeremo 5. e faremo 34. e così di mano in mano senza fine. Così ancora se alcuno vorrà cominciare la progressione de 7. e continouarla per la differenza, ouero eccesso 6. s'hauerà d'aggiongere 6. à 7. acciò si faccia 13. per il secondo numero della progressione. Di più 6. à 13. acciò si faccia 19. per il terzo numero, &c.

Al medesimo modo la progressione Aritmetica si continouarà andando all'indietro, se la differenza della progressione si sottrarrà dal minor numero estremo. Come se questa progressione 30. 38. 44. 51. 58. s'hauerà da continouare verso li minori numeri, leuaremo la differenza 7. dal minor estremo 30. acciò ne restino 23. Di nuouo da 23. leuaremo 7. acciò ne restino 16. Di nuouo da 16. cauaremo 7. acciò ne restino 9. E di nuouo leuaremo 7. acciò ne auanzino 2. dal qual numero non si può più leuare 7. e per questo detta progressione non si può più sminuire. Così ancora, se alcuno vorrà cominciare la progressione del 40. e sequitare con la differenza 4. verso l'vnità, s'hauerанno da leuare 4. da 40. acciò ne restino 36. Di più 4. da 36. acciò ne restino 32. Di nuouo 4. da 32. acciò n'auanzino 28. Di più 4. da 28. acciò ne rimanghino 24. &c.

La progressione Aritmetica non si può diminuire in infinito.

E proprio della progressione Aritmetica di tre numeri, che la somma delli estremi sia vguale al numero di mezzo doppiato. Come quì 7. 18. 29. si vede, e si dimostra questo da Giordano nella progressione 2. del lib. 1. della sua Aritmetica.

Proprietà della progressione Aritmetica di tre numeri.

Ma della progressione Aritmetica di quattro numeri è proprio, che la somma delli stremi sia vguale alla somma delli due numeri di mezzo. Come quì si vede, 4. 12. 20. 28. e si dimostra questo da Giordano nella propositione 3. del lib. 1. della sua Aritmetica. E questo non solo è vero in quattro numeri, che si auanzino l'vn l'altro per ordine, senza interuallo co'l medesimo numero, come sono li numeri del dato essem-

Proprietà della progressione Aritmetica di quattro numeri.

pio; ma ancora in quattro numeri, li quali non seguitamente si auanzino l'vn l'altro in vn medesimo numero, purche sia la medesima differenza tra il primo; & il secondo, che è tra il terzo, & il quarto, come quì vedi, 4. 12. 30. 38.

Proprietà della progressione Aritmetica di quãti si voglia termini se il numero de i termini sarà disparo.

Da queste due proprietà si raccoglie, che in ogni progressione Aritmetica, che hà il numero de i termini, ò numeri suoi disparo, cioè, che hà 3. termini, ò 5. ò 37. &c. sarà la somma delli termini, ò numeri estremi, cioè, del primo, e dell'vltimo, vguale à qualunque somma di due numeri di mezzo quali si siano, che vgualmente siano distanti da gl'estremi, & vguale ancora al numero di mezzo doppiato, come quì si vede.

3.7.11.15.19.23.27.31.35.39.43.

Imperoche essendo, che questi numeri, 3.7.39.43. habbino la medesima differenza, ancorche non continouata, perche la medesima differenza è tra 3. & 7. che tra 39. & 43.) sarà per quello, che poco fa hauemo detto, la somma delli estremi 3. & 43. vguale alla somma de i numeri di mezzo 7. & 39. E per la medesima ragione la somma di 7. & 39. sarà vguale alla somma di 11. & 35. perche questi numeri 7. 11. 35. 39. hanno la medesima differenza, ancorche non continouata: e cosi dell'altri, fin che verremo alli tre numeri di mezzo 19. 23. 27. li quali hanno la medesima differenza; Onde per quello, che poco fa hauemo insegnato, sarà la somma delli estremi 19. & 27. vguale al doppio del numero di mezzo 23. La medesima ragione è in tutte l'altre progressioni Aritmetiche di questa sorte.

Proprietà della progressione Aritmetica di quãti si voglia termini, se il num. de i termini sarà pare.

Dalla Seconda proprietà ancora si caua, che in ogni progressione Aritmetica, della quale il numero de i termini à paro, cioè, che hà 4. termini, ò 10. ò 18. &c. la somma delli estremi sarà vguale à qual si voglia somma di qualunque due numeri di mezzo vgualmente distanti dalli estremi, come quì è manifesto.

3. 7. 11. 15. 19. 23. 27. 31. 35. 39.

Il che prouaremo, come prima, eccettuando ſolo queſto, che nell'vltimo luogo s'hanno da pigliare i quattro numeri di mezzo, 15. 19. 23. 27. e non ſolamente tre come prima, perche quì non è vn ſolo numero di mezzo, ma due. Hora ſequono alcune regole appartinenti alle progreſsioni Aritmetiche.

REGOLA I.

SE in qual ſi voglia progreſsione Arimeticha ſarà conoſciuto il numero de i termini, inſieme co'l minore, e maggiore eſtremo, cioè, co'l primo, & vltimo numero, verremo in cognitione della ſomma di tutti i termini in queſto modo. Aggiongaſi il primo termine all'vltimo; e la ſomma ſi moltiplichi per il numero delli termini. Imperoche la metà del numero prodotto ſarà la ſomma di tutti i termini. Come in queſta progreſsione.

La ſomma di qual ſi voglia progreſſione Aritmetica in che modo ſi ritroui.

4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25. 28. 31. 34. 37.

Dal 4. & 37. fanno 41. che moltiplicati per il numero delli termini, cioè, per 12. (perche ſono 12. numeri in queſta progreſsione) fanno 492. La metà di queſto numero, cioè 246. è la ſomma di tutti i termini della data progreſsione. E la medeſima ragione è in tutte l'altre.

Queſta regola da alcuni ſi diuide in due parti, in queſto modo. Quando il numero de i termini è paro, moltiplicano la ſomma del primo, & vltimo termine per la metà del numero delli termini. Ma ſe il numero de i termini è diſparo, moltiplicano la metà della ſomma del primo, & vltimo termine (perche quando il numero delli termini è diſparo, ſempre quella ſomma è numero paro,) per il numero delli termini. Perche in queſto modo ſempre ſi produce la ſomma di tutti li numeri della progreſsione. Ouero in queſto modo. Quando la ſomma del primo, & vlti-

La ſomma di qual ſi voglia progreſſione Aritmetica, in che modo altrimête ſi ritroui.

vltimo termine è numero paro, moltiplicano la metà di quella per il numero delli termini, ò che sia paro, ò disparo. Ma se quella somma è numero disparo, moltiplicano quella per la metà del numero de i termini il qual numero all'hora sempre è paro. Come nell'essempio di sopra, perche il numero de i termini è paro, cioè 12. Ouero perche la somma del primo termine, & vltimo è numero disparo, cioè 41. moltiplicano quella per 6. cioè per la metà del numero de i termini, e fanno la somma di tutti li numeri 246. come prima. Ma in queste due progressioni, nella prima delle quali il numero de i termini è paro, cioè 10. e nell'altra disparo, cioè 11. perche la somma del primo termine, & vltimo è numero paro, cioè 42. nella prima progressione, e nella seconda 38. moltiplicano tanto la metà di quella somma.

3. 7. 11. 15. 19. 23. 27. 31. 35. 39.
4. 7. 10. 13. 16. 10. 22. 25. 28. 31. 34.

Cioè 21. per 10. cioè per il numero de i termini, quanto la metà di questa somma, cioè 19. per 11. cioè, per il numero de i termini. E così nella prima progressione fanno la somma 210. e nell'altra 209.

La ragione di queste regole è questa. Perche hauemo detto, che quando il numero de i termini è paro, la somma delli estremi essere vguale à qual si voglia somma di due numeri di mezzo, quali tu vuoi, pur che siano vgualmente distanti dalli estremi, sequita, che tutte le somme insieme siano tante, quante vnità sono nella metà del numero de i termini. Onde se vna somma di quelle, cioè, la somma delli estremi, si moltiplicarà per la metà del num. de i termini, si produrrà la somma di tutte le somme. In oltre, perche hauemo insegnato, che quando il numero de i termini è disparo, la somma delli estremi esser vguale à qual ti piace somma di qual si voglia due numeri di mezzo distanti vgualmente dalli estremi, e di più al doppio del numero di mezzo; seguita, che il numero di mezzo sia la metà di qual si voglia somma. Adunque tutte

le

le somme insieme co'l numero di mezzo conterranno tante mezze parti di vna somma, quanti sono li termini della Progressione. Se adunque la metà di vna somma, cioè, la metà della somma delli estremi, si moltiplicarà per il numero de i termini, si produrrà la [illegible]ma di tutti i termini.

[illegible] vedi basta che si conosca il primo termi[illegible], insieme co'l numero de i termini; per [illegible]ma di tutta la progressione Aritmetic[illegible] si sappino li termini di mezzo. Ma i[illegible] cognitione del primo numero, in[illegible] de i termini, e dalla differenza del[illegible] itroui l'vltimo termine, lo dichia[illegible]uente regola.

[illegible]gressione naturale delli numeri, che [illegible]euissimamente si trouarà la somma [illegible] in questo modo: Si moltiplichi l'vl[illegible] quale sempre dimostra il numero de [illegible] tanti termini sono, quante vnità [illegible] si contengono) per il numero pros[illegible] Perche la metà di questo numero [illegible]a di tutti li termini. Come quì. *Modo particolare di ritrouare la somma della progressione naturale delli num.*

[illegible] 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11.

[illegible]tione dell'vltimo numero 11. per 12. [illegible] prossimo maggiore del 11. si produ[illegible] la metà del quale, cioè 66. è la som[illegible] progressione. Così ancora in questa

[illegible] 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Da[illegible]one dell'vltimo numero 10. per 11. che [illegible]ossimo maggiore del 10. si fa il numero [illegible] del quale, cioè, 55. è la somma di tutta [illegible]ne. *In num. delli termini della progressione naturale è vn' vltimo termine.*

Di m[illegible] alcuno vorrà la somma della progressione [illegible], che si termini in qual si voglia numero dete[illegible], come dire, in 100. cioè, nella quale ſiano 100. termini, s'hauerà da moltiplicare l'vltimo numero propoſto, nel quale ſi dice finirſi la progreſſione, come quì il numero 100. per il numero proſſimo maggiore, come quì per 101. Imperoche la metà del numero prodotto, la quale in noſtro eſſempio è 5050. (poiche'l numero prodotto è 10100.) ſarà la ſomma di tutta la progreſsione. E la medeſima ragione è nell'altre progreſsioni naturali, che terminano in altri numeri.

Altro modo di ritrouare la ſomma della progreſſione naturale delli numeri.

Altri diuidono queſta regola ancora in due, in queſto modo. Se l'vltimo numero è paro, moltiplicano il numero proſsimo maggiore per la metà dell'vltimo numero. Ma ſe è diſparo, moltiplicano quello nella metà del numero proſsimo maggiore. Perche in queſto modo ſempre ſi produce la ſomma di tutti i numeri della progreſsione. Come nella ſeconda progreſsione naturale di ſopra moltiplicano 11. che è il numero proſsimo maggiore dell'vltimo numero, per 5. cioè, per la metà dell'vltimo numero, e fanno 55 che è la ſomma di tutta la progreſsione, come prima. Ma nella prima progreſsione naturale di ſopra moltiplicano 11. cioè l'vltimo numero, per 6. cioè, per la metà del numero proſsimo maggiore dell'vltimo numero, e fanno 66. cioè la ſomma di tutta la progreſsione, come prima.

Particolar modo di ritrouare la sõma delli num. diſpari.

Nella progreſſione ancora delli numeri diſpari, che comincia dall'vno, con poca fatica ſi ritrouerà la ſomma di tutti li termini, ſe ſi moltiplicarà il numero de i termini in sè ſteſſo. Come quì.

1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19.

Il num. nella progreſſione delli numeri diſpari, in che modo ſi ritroui.

Dalla moltiplicatione di 10. che il numero de i termini, in sè ſteſſo ſi fà il numero 100. che è ſomma di tutta la progreſsione.

Ma il num. de i termini facilmente s'hauerà, ſe all'vltimo numero ſi aggiongerà 1. e ſi pigliarà la metà del num. compoſto. Come nel dato eſſempio, ſe s'aggiongerà 1. à 16. ſi farà il numero 20. la metà del quale, che è 10. moſtra il numero de i termini eſſere dieci.

Si

Sì che, ſe alcuno vorrà la ſomma della progreſſione de i numeri diſpari, che ſi termini in qual ſi voglia numero diſparo propoſto, come dire in 67. s'hauerà d'aggiongere 1. al dato numero, che quì è 67. perche la metà del numero propoſto, la quale nel noſtro eſſempio è 34. (atteſo, che il numero compoſto è 68.) farà il numero de i termini della progreſſione propoſta. Il quale in ſe moltiplicato, produrrà la ſomma di quella progreſſione. Come nel dato eſſempio, doue il numero de i termini è 34. ſe ſi moltiplicarà 34. in ſe ſteſſo, ſi farà il numero 1156. che è la ſomma di quella progreſſione. E così nell'altre progreſſioni di numeri diſpari, che terminano in altri numeri.

Finalmente nella progreſſione delli numeri pari, che comincia da 2. ſenza fatica alcuna ſi ritrouarà ancora la ſomma, ſe la metà dell'vltimo numero, la quale ſempre moſtra il numero delli termini della progreſſione di quelli numeri pari, quante ſono l'vnità nella metà dell'vltimo termine ſi moltiplicarà per il numero proſſimo maggiore di quella metà. Come quì. *Particolar modo di ritrouar la sõma delli num. pari.*

2.4.6.8.10.12.14.16.18.20.22.24.

Dalla moltiplicatione di 12. (Il qual numero è la metà dell'vltimo termine, ouero il numero de i termini) per 13. che è il numero proſſimo maggiore di quella metà, ouero di quel numero de i termini ſi fa il numero 156. cioè la ſomma di tutti quelli numeri pari. *Il num. delli termini della progreſſione delli num. pari, in che modo ſi ritroui.*

Onde ſe alcuna vorrà la ſomma della progreſſione delli numeri pari, che ſi termini in qual ſi voglia numero paro, come dire, in 100. s'hauerà da moltiplicare la metà dell'vltimo numero propoſto, la quale nel noſtro eſſempio è 50. per il numero proſſimo maggiore di quella metà, il quale quì è 51. perche il prodotto numero, che quì è 2550. ſarà la ſomma di quella progreſſione; & il numero de i termini ſarà 40. cioè, la metà dell'vltimo numero 100. nel quale le si dice finirsi la progressione. E cosi dell'altre progressioni de i numeri, che terminato in altri numeri.

REGOLA II.

L'vltimo termine di qual si voglia progressione Aritmetica, in che modo si caui dal num. delli termini insieme con il primo termine, e la differenza della progressione.

SE in qual si voglia progressione Aritmetica sarà noto il numero de i termini, insieme co'l primo termine, e la differenza della progressione, ritrouaremo l'vltimo termine, ancorche nõ habbiamo li termini di mezzo; in questo modo. Dal numero de i termini si leui vno, e quello che resta, si moltiplichi per la differenza, & vltimamente à questo prodotto s'aggionga il primo termine. Perche il numero composto sarà l'vltimo termine. Come se il primo termine di alcuna progressione sia 3. & il numero da i termini sia 10. e la differenza 8. conosceremo il decimo termine, cioè l'vltimo di questa progressione, senza quelli di mezzo, in questo modo. Dal numero de i termini, che è 10. leuaremo 1. & moltiplicaremo il numero 9. che rimane per 8. cioè, per la differenza della progressione, e finalmente al prodotto numero 72. aggiongeremo 3. cioè, il primo termine. Perche il numero composto 75. è il decimo termine della progressione, della quale il primo termine è 3. e la differenza 8. come quì si vede, doue si pongono tutti li termini.

3. 11. 19. 27. 35. 43. 51. 59. 67. 75.

Quest. delli buoui di Augia.

Adunque se alcuno proporrà questa questione Augia (che fù vn certo Rè del Peloponneso, che hoggi si dice Morea) essendo domandato da Hercole del numero de i buoui, che haueua, rispose: tutti li suoi buoui per 40. luogi così essere distribuiti, che quante volte nel primo luogo si contengono 3. buoui, tante volte nel secondo siano 5. nel terzo 7. nel quarto 9. &c. Andò Hercole al primo lũogo, e ritrouò buoui 30. Adunque quanti buoui haueua Augia, e quanti buoui furono nell'vltimo luogo? Si sciorrà questa questione in questo

questo modo. Perche nel primo luogo sono dieci volte 3. buoui, saranno per tanto del secondo luogo dieci volte 5. cioè 50. e nel terzo dieci volte 7. cioè 70. e così di mano in mano, si che si constituisca vna progressione Aritmetica, della quale il primo termine sia 30. e la differenza 20. & il numero de i termini 40. S'hauerà adunque da cercare l'vltimo numero in questo modo. Da 40. che è il numero de i termini, si leui 1. & il numero 39. che resta, si moltiplichi per 20. cioè, per la differenza, & al numero prodotto 780. s'aggionga il primo termine 30. Perche così si farà l'vltimo termine, ouero il quadragesimo 810. e tanti buoui furono nell'vltimo luogo.

Hora ritrouato l'vltimo termine, s'hauerà da ritrouare con quello, e co'l primo termine, insieme co'l numero de i termini, per la prima regola, la somma di tutta la progressione, in questo modo. Il primo termino 30. s'aggionga all'vltimo termine 810. & il numero composto 840. si moltiplichi per 20. cioè, per la metà del numero de i termini. Imperoche il numero prodotto 16800. è la somma di tutta la progressione; e conseguentemente il numero delli buoui di Augia. Ma acciò si vegga, quanti buoui furno in ciascuno luogo, e perciò nell'vltimo luogo essere stati 810. hauemo posto quì tutta la progressione.

30. 50. 70. 90. 110. 130. 150. 170. 190. 210. 230.
250. 270. 290. 310. 330. 350. 370. 390. 410. 430.
450. 470. 490. 510. 530. 550. 570. 590. 610. 630.
650. 670. 690. 710. 730. 750. 770. 790. 810.

Simili questione sarebbe, se vno dicesse così. L'Imperatore tra 20. più valorosi Capitani distribuì li denari ritrouati nel sacco di vna Città, con questa cõditione, che à quello, ch'era stato l'vltimo a salire le mura dell'inimici, diede 100. scudi, al penultimo 130. all'antepenultimo 160. e così di mano in mano nel medesimo modo seguitando. Quanto adunque sù la somma delli denari, e quanto n'hebbe quello, che fù il primo à salire il muro? Imperoche se da 20. cioè, dal nume- *Quest. de i capitani.*

ro

ro de i termini (perche tanti ſono li termini in queſta progreſſione, quanti ſono li Capitani) leuarai 1. & il numero che reſta, moltiplicarà per 30. cioè, per la differenza della progreſſione, & al numero prodotto 570. aggiongerai il primo numero, cioè 100. farai 670. per l'vltimo termine della progreſſione: e tanti ſcudi hebbe il primo Capitano. Hora ritrouato l'vltimo termine, ſe à quello s'aggiongerà il primo, cioè 100. acciò ſi faccino 770. e queſto numero ſi moltiplicarà per 10. cioè, per la metà del numero de i termini, ſi farà la ſomma di tutti i termini 7700. Adunque tanta fù la ſomma delli denari diſtribuiti. Ma tutta la progreſſione così ſtarà.

100. 130. 160. 190. 220. 250. 280. 310. 340. 370.
400. 430. 460. 490. 520. 550. 580. 610. 640. 670.

DELLE PROGRESSIONI GEOMETRICHE.

Cap. XXV.

Progreſſione Geometrica, che coſa ſia.

PROGRESSIONE Geometrica, è vn'ordine di più numeri, che ſi vanno l'vn l'altro auanzando ordinatamente con la medeſima proportione. Come qui ſi vede.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. 1024. 2048. &c.

1. 3. 9. 27. 81. 243. 729. 2187. 6561. 19683. &c.

3. 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384. 768. 1536. &c.

Imperoche la prima di queſte progreſſioni và caminando per la proportione dupla, ſi che ciaſchedun numero ſia due volte maggiore del numero proſſimo precedente: E la ſeconda procede per la proportione

tri-

tripla, ſi che ciaſchedun numero ſia triplo a quello, che più vicino li và auanti, e l'vna, e l'altra di queſte progreſsioni comincia dall'1. Finalmente la terza progreſsione ſequita ancora per la proportione dupla non piglia però principio dall'1. ma dal 3.

La progreſſione Geometrica in che modo ſi continui.

Si continoua ciaſcheduna progreſsione Geometrica verſo li numeri maggiori, così moltiplicati per il Denominatore della proportione quel numero, doppo il quale la progreſsione ſi deue offendere, e continuare. Come ſe queſta progreſsione della proportione tripla 4. 12. 36. s'habbia da continuare doppo 36. moltiplicaremo l'vltimo numero 36. per il Denominatore 3. della proportione, (il qual Denominatore ritrouaremo co'l diuidere il ſecondo numero per il primo, ouero qual ſi voglia altro per il proſsimo minore nella medeſima progreſsione) faremo 108. che ſarà il quarto numero della progreſsione. Il quale di nuouo moltiplicaremo per 3. è produrremo 324. cioè, il quinto num. della progreſsione, e così ſi procederà di mano in mano in infinito. Così ancora ſe alcuno vorrà cominciare la progreſsione dal 7. e ſeguitare per la proportione quintupla il Denominatore della quale è 5. s'hauerà da moltiplicare 7. per 5. per fare 35. per il ſecondo numero della progreſsione. E di nuouo 35. per 5. per fare 175. per il terzo numero, e di più 175. per 5. fare 875. per il quarto numero, &c.

Il Denominatore della proportione nella progreſſione Geometrica.

Similmente la progreſsione Geometrica ſi continoua tornando, indietro verſo il minor num. ſe il minor' eſtremo ſi diuiderà per il Denominatore della proportione. Come ſe quella progreſsione 64. 128. 256. 512. s'hauerà da continouare verſo li minori numeri, partiremo il minor'eſtremo 64. per 2. (atteſo, che il Denominatore della proportione ſia 2.) e faremo 32. Il qual numero di nuouo partiremo per 2. e ritrouaremo 16. e così di mano in mano in infinito, come in queſto eſſempio ſi vede.

512. 256. 128. 64. 32. 16. 8. 4. 2. 1. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{}$ $\frac{}{0}$. &c.

E mai ſarà fine in queſto ſminuire, ò ſcemare nella pro-

La progressione Geometrica si minuisce in infinito.

progressione Geometrica. Così ancora se alcuno vorrà incominciare la progressione da 200.& andare verso l'vnità per la proportione sequialtera, il Denominatore della quale, è $2.\frac{1}{2}$. diuideremo 100. per $1.\frac{1}{2}$.per fare $66.\frac{2}{3}$. per il secondo numero dalla progressione. Il quale di nuouo partiremo per $1.\frac{1}{2}$. acciò facciamo $44.\frac{4}{9}$. per il terzo numero, &c.

E proprio della progressione Geometrica di tre numeri, che il numero, il qual si produce dal primo numero, nel terzo, sia vguale al numero, che si fa dal numero di mezo moltiplicato in se stesso. Come quì si vede, 3.9.27. e si dimostra di Euclide nella proportione 20. del lib.7.

Proprietà della progressione Geometrica di tre termini.

Ma dalla progressione Geometrica di quattro numeri è proprio, che il numero, che si fa dalla moltiplicatione del primo numero del quarto, sia vguale al numero, che si produce dal secondo nel terzo. Come quì si vede, 2.6.18.54. E si dimostra da Euclide nella propositione 19. del lib. 5. E questo non solo è vero in quattro numeri continouamente, e senza interuallo proportionali, come sono li quattro numeri del dato essempio, ma ancora in quattro, che non siano continouamente, ma interrottamente proportionali pur che sia la medesima proportione del secondo al primo, che è del quarto al terzo, come quì si vede. 3.6.10.20.

Proprietà della progressione Geomet. di quanti si voglia termini se in num.de i termini sarà dispari.

Da queste proprietà si raccoglie, che in ogni progressione Geometrica, della quale il numero de i termini è disparo, cioè, che a 3. termini, ò 5. ò 9. &c. il numero, che si fa dalla moltiplicatione delli estremi trà di loro sarà vguale al numero, che si produce dalla moltiplicatione di qual si voglia due numeri di mezo vgualmente distanti dalli estremi, e di più al numero, che si fa da quello di mezzo in se stesso moltiplicato. Come quì si vede.

3.6.12.24.48.96.192.384.768.

Imperoche essendo, che questi quattro numeri 3. 6. 384. 768. habbino vna medesima proportione, ancorche

che non sia continoua, sarà per tanto per quello, che poco fa hauemo detto, il numero, che si fa dal 3. nel 768. vguale quello, che si fa dal 6. nel 384. Per la medesima ragione il numero, che si fa dal 6. in 384. sarà vguale a quello, che si produce dal 12. nel 192. per hauere questi quattro numeri. 6.12.192.384. vnà medesima proportione, ancorche non continoua, e così de gl'altri, se saranno più finche veniamo alli tre di mezzo 24.48.96. li quali hanno vna medesima proportione. Onde per quello, che poco fa hauemo insegnato il numero prodotto dal primo nel terzo sarà vguale al numero, che si produce da quello di mezzo in se stesso, moltiplicato. La medesima ragione è in tutte l'altre progressioni Geometriche di questa sorte.

Della seconda proprietà si caua ancora, che in ogni progressione Geometrica, della quale il numero de i termini è paro, cioè, che hà 4. termini ò 8. ò 100. &c. il numero prodotto dalla moltiplicatione delli estremi trà di loro, sarà vguale al numero, che si produce dalla moltiplicatione di qual si voglia due numeri di mezzo vgualmente distanti dall'estremi trà di loro. Come quì è manifesto. *Proprietà delle progressione Geometrica di quãti si voglia termini, se il num. de i termini sarà paro.*

3. 6. 12. 24. 48. 96. 102. 384.

Ilche prouaremo come prima, eccettuando solamente questo, che nell'vltimo luogo, s'hanno da pigliare i quattro numeri di mezzo, 12. 24. 48. 96. e non solamente tre, come prima. Perche quì non è solo vn numero di mezzo, ma due. Hora seguitano alcune regole appartenenti alle progressioni Geometriche.

REGOLA L.

SE in qual si voglia progressione Geometrica sarà conosciuto il Denominatore, della proportione, insieme con il minore, e maggiore estremo, cioè, con il primo, & vltimo numero, verremo in cognitione della somma di tutti i termini, in questo modo. Leuisi il primo termine dall'vltimo, & il numero, che resta, si di- *La somma di qual si voglia progressione Geometrica, in che modo si ritroui.*

ſi diuida per il numero, che ſia d'vna vnità minore, del Dominatore. Perche ſe al Quotiente s'aggiongerà l'vltimo termine, ouero il maggiore eſtremo, ſi comporrà la ſomma di tutti i termini. Come in queſta progreſſione.

3.12.48.192.768.3072.12288.49152.

Leuato il 3. dal 49152. rimane 49149. E perche il Denominatore della proportione quadrupla, che hanno li numeri della data progreſsione, e 4. diuideremo 49149. per 3. & al Quotiente 16383. aggiongeremo l'vltimo termine, ò il maggiore eſtremo 49152. e faremo la ſomma di tutta la progreſsione 65535. Così ancora.

Particolar modo di ritrouare la ſomma della progreſſione della proportion dupla, della quale il principio è 1.

4. 6. 9. 13. $\frac{1}{2}$. 20. $\frac{1}{4}$. 30. $\frac{3}{8}$. 45. $\frac{9}{16}$.

Leuato il 4. dal 45. $\frac{9}{16}$. reſtarà 41. $\frac{9}{16}$. il qual numero ſe ſi diuiderà per $\frac{1}{2}$. (Perche 1. $\frac{1}{2}$. e il Denominatore della proportione ſeſquialterà, che hanno li numeri di queſta progreſsione, e leuato 1. rimane $\frac{1}{2}$.) ſi farà il Quotiente 83. $\frac{1}{8}$. al quale s'aggiongerà l'vltimo numero, ouero il maggior eſtremo 45. $\frac{9}{16}$. ſi farà la ſomma di tutta la progreſsione 128. $\frac{11}{16}$. E nel medeſimo modo ritrouaremmo la ſomma di qual ſi voglia altra progreſsione Geometrica.

Nella progreſſione, della proportione dupla, che comincia dall'1. ciaſchedun. num. leuata prima l'vnità, è la ſomma di tutti li num. antecedenti.

Sì che, come tù vedi, baſta, che ſi conoſca il primo termine, e l'vltimo inſieme co'l Denominatore della proportione, per ritrouare la ſomma di tutta la progreſsione, ancorche non ſi ſappiano li termini di mezzo. Ma in che modo poſsiamo venire in cognitione dell'vltimo termine, ancorche non ſi continoui tutta la progreſsione, lo dichiararemo nella ſequente ſeconda regola.

Nella progreſsione però Geometrica della proportione dupla, della quale il principio è 1. facilisſimamente ſi ritrouarà la ſomma di tutta la progreſsione di quãti ſi voglia termini, ſe l'vltimo termine ſi adoppiarà, cioè, ſi moltiplicarà per 2. dal numero così doppiato ſe ne cauerà 1. Come quì.

1.2.4.8.16.32.64.128.256.512.

Se l'vltimo termine 512. si radopierà, e dal doppiato 1024. se ne leuarà 1. se n'hauerà la somma di tutta la progressione. 1023.

Dal che seguita, che qual si voglia numero in questa sorte di progressione, leuando prima vna vnità, sia la somma di tutti li termini precedenti, conciosia, che ciascuno termine sia doppio del numero prossimo precedente.

REGOLA II.

IN ogni progressione Geometrica, che comincia dall'1. qual si voglia numero moltiplicando se stesso produce il numero, che stà tanto lontano da quello quanto esso stà lontano dall'vnità. E qual si voglia numero moltiplicando vn'altro maiore qualunque si sia produce il numero, che stà tanto lontano da quello maggiore quanto esso minore stà lontano dall'vnità. Questa regola chiarissimamente si caua dalla propositione 11. del libro 8. di Euclide, si come nel scolio della medesima propositione hauemo dichiarato. Come in questa progressione della proportione dupla.

Se nella progressione Geometrica che comincia dall'1. alcun numero moltiplica se stesso ouero altro num. che luogo occupi il numero prodotto.

1.2.4.8.16.32.64.128.256.512.1024.

Se il numero 16. che tiene il quinto luogo doppo l'vnità si moltiplicarà in se stesso, si produrrà il numero 256. che ancora tiene il quinto luogo doppo il numero 16. cioè il nono nella progressione. Così ancora se il numero 32. che occupa il sesto luogo doppo l'vnità, si moltiplicarà in se stesso si produrrà il numero 1024. che tiene ancora se stesso luogo doppo 32. cioè l'vndecimo nella progressione. Di più il numero 8. nel quarto luogo moltiplicando il numero 64. produce il numero 512. da douersi porre nel quarto luogo doppo il numero 64.

Di modo che si potrà di quà cauare questa regola.

Ciaschedun num. nella progressione G.ometr. che comincia dall'1 moltiplicando se stesso produce il n. da douersi porre nel luogo dopio maggiore manco d'vn'vnità del n. che moltiplica.

Se nella progressione Geometrica, della quale il principio è 1. qualunque numero, che occupi qual si voglia luogo, moltiplicarà se stesso, si produrrà vn numero da porsi nel luogo doppio maggiore, manco di vn'vnità, che non è il luogo del numero moltiplicato. Come se il numero si moltiplica se stesso, occupa il terzo luogo, si farà il numero da scriuersi nel quinto luogo: E se occuppa il settimo luogo, si produrrà il numero da porsi nel terzo decimo luogo, &c. Il che chiaramente è stato dimostrato nella superiore progressione della proportione dupla, e l'istesso ancora manifestissimamente si vede in questa progressione della proportione duadrupla.

1.4.16.64.256.1024.4096.16384.65536.

Perche il numero 64. posto nel quarto luogo moltiplicarà se stesso, farà il numero 4096. da douersi porre nel settimo luogo. Così ancora il numero 256. che occupa il quinto luogo, moltiplicando se stesso, produce il numero 65536. da porsi nel nono luogo.

La progressione naturale delli num. in che modo dimostri, in qual luogo ciascheduu num. prodotto si habbia da porre nella progressione Geometrica, che comincia dall'1.

Ma acciò si sappia più facilmente in qual luogo, qual si voglia numero prodotto si deue collocare, s'hauerà da scriuere la progressione naturale dei numeri sotto la progressione Geometrica proposta con quest'ordine. Sotto 1. cioè, sotto il primo numero si scriua 0. sotto il secondo numero si ponga 1. sotto il terzo 2. sotto il quarto 3. e così di mano in mano, come è stato fatto in queste progressioni della proportione dupla.

1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.	1024.	2048.
0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.

Perche ciaschedun numero nella progressione Geometrica moltiplicando se stesso produce il numero da porsi sopra quel numero della progressione naturale de i numeri, che è doppio di quello, che si scriue sotto il numero, che moltiplica se stesso. E qual si voglia numero moltiplicando vn'altro, qual si voglia, produce il numero da porsi sopra quel numero della progresgressione naturale de i numeri, che risolta della somma di due numeri, li quali sono posti sotto li due numeri moltiplicanti. Come se il numero 32. si moltiplichi in se stesso, produrassi il numero 1024. da porsi sopra il 10. per essere il numero 10. doppio del numero 5. il quale si scriue sotto il numero 32. Di più dalla moltiplicatione del 8. nel 256. si produrrà il numero 2040. che si hà da porre sopra 11. Imperoche il num. 11. si compone dal 3. & 8. li quali numeri son scritti sotto l'8. & 256.

E perche quante vnità sono qual si voglia numero della progressione naturale de i numeri, tal luogo & vn di più nella progressione Geometrica, occupa il numero sopra quello posto, come chiaramente si vede nel superiore essempio facilmente ritrouato il numero di qual si voglia luogo dalla progressione Geometrica, ancorche non scriuiamo tutti li numeri di mezzo. Come per essempio s'habbia da ritrouare il numero, che s'hà da porre nel vigesimo luogo della sopradetta progressione. Prima scriuo quattro, ouero più numeri della progressione insieme con la progressione naturale. Come tu vedi quì.

Il che modo si troui il numero di qual si voglia luogo nella progressione Geometrica, che comincia dall'1. senza il termine di mezzo.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64.
0. 1. 2. 3. 4. 5. 6.

Doppo moltiplico verbi gratia, 8. in se, e fò 64. che è il numero del settimo luogo, cioè, sotto il qual è posto il numero 6. d'vna vnità minore del numero de i sette luoghi atteso, che il numero 3. sotto l'8. doppo faccia 6. Che se moltiplicaremo 8. in 64. faremo il numero 512 del decimo luogo, cioè, sotto il quale si scriuerebbe il numero 9. d'vna vnità minore del numero dei dieci luoghi: atteso, che li numeri 3. & 6. sotto il quarto, & il settimo luogo faccimo 9. Di nuouo se il numero 512. del decimo luogo, sotto il quale si pone il numero 9. moltiplicaremo in se stesso, produrremmo il numero 262144. che s'hà da scriuere nel decimo nono luogo, cioè, sotto il quale si porrebbe il numero 18. d'vna vnità minore del numero dei decinoue luoghi atteso, che il numero 9. sotto il decimo luogo, doppiatto facia 18.

Hora perche dal 18. il qual numero si scriue sotto il decimo nono luogo, e dall'1. che sotto il secondo luogo si pone si fa 19. se moltiplicaremo il numero 2. posto sopra l'1. per il numero 262144. posto sopra 18. faremo il numero 524288. che hà da scriuere nel vigesimo luogo, cioè sott'il quale si pone il numero 19. composto dal 18. & 1.

Di più se alcuno vorrà nella medesima progressione il numero, che s'hà da porre nel luogo decimo ottauo, moltiplicaremo 32. sotto il quale si pone 5. in se stesso, e produrremo il numero 1024. che s'hà da scriuere nell'vndecimo luogo, sotto il qual numero si pone il numero 10. che è doppio, del numero 5. E perche dal 10. il qual numero si pone sotto l'vndecimo luogo, e dal 6. che si pone sotto il settimo luogo, si fa 16. il qual numero si scriue sotto il decimosettimo luogo se il nu. 64. del settimo luogo moltiplicaremo per il numero 1024. dell'vndecimo luogo, produrremo il numero 65536. del decimo settimo luogo. Finalmennte perche dal 16. il qual numero, si pone sotto il decimo settimo luogo, e dall'1. che si pone sotto il secondo luogo, si fa il num. 17. che si scriue sotto il decimo ottauo luogo; se moltiplicaremo il numero 65536. del decimo settimo luogo, già ritrouato per il num. 2. dal secondo luogo, faremo il n. 131072. che s'hà da scriuere nel decimo ottauo luogo, cioè, sotto il quale si pone il numero 17.

Tutte quelle cose che sono state dette in questa regola della progressione Geometrica, che comincia dall'1 sono ancora vero nella progressione Geometrica, che nō comincia dall'1. ma d'vn'altro num. qual si voglia.

Tutte queste cose quadrano ancora, e si verificano in qual si voglia progressione Geometrica, che non comincia dall'1. ma stà qual si voglia altro num. purche ciaschedun numero dalla moltiplicatione prodotto diuidiamo per il primo numero dalla progressione. Perche il Quotiente sarà il num. che si cerca. Come in questa pregressione della proportione dupla si vede.

5.	10	20.	40.	80.	160.	320.	640.	1280.	2560.	5120.
0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7	8	9.	10.

Perche se si moltiplicarà in se stesso il numero 80. che occupa il quinto luogo doppo il primo numero, si

farà

farà il numero 640. il qual partito per il primo numero, come dire per 5. farà il Quotiente 1280. che s'hà da ſcriuere nel quinto luogo doppo il numero 80.cioè, nel nono luogo, ſotto il quale ſi pone il numero 8. il quale è doppio del numero 4.poſto ſotto il numero 80. moltiplicato. Doue tu vedi, che il numero 80. del quinto luogo, quando moltiplica ſe ſteſſo, produce vn num. che partito per il primo num. della progreſſione fa il Quotiente 1280. che s'hà da porre nel luogo doppio maggiore, manco di vna vnità, che non è il luogo del numero moltiplicato, poiche il numero moltiplicato 80. ſtà nel quinto luogo, & il Quotiente è 1280. nel nono. Così ancora ſe il numero 40. nel quarto luogo moltiplicarà il numero 640. & il numero prodotto 15600. ſi diuiderà per il primo numero 5. ſi farà il Quotiente 5120. che s'hà da ſcriuere nel quarto luogo, doppo il numero 640. cioè, nel luogo 11. ſotto il quale ſi pone il numero 10. Compoſto dal 3. poſto ſotto il 40. e dal 7. poſto ſotto il 64. Che moltiplicaremo il numero 1280. per 5120. faremo il numero 6553600. che partito per il primo numero 5. ci darà il Quotiente 13720. da porſi del decimo nono luogo, cioè, il quale auanza d'vn'vnità il numero 18. compoſto dalli numeri 8. & 10. poſto ſotto li numeri moltiplicati.

Così parimente (acciò poniamo ancora vn'eſſempio in vn'altra progreſſione) in queſta progreſſione della proportione ſettupla.

2.	14.	98.	686.	482.	33614.	235298.
0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.

1647086.	11529602.	80707214.
7.	8.	9.

Se il numero 4802. che tiene il quinto luogo doppo il primo, ſi moltiplicarà in ſe ſteſſo, produrraſſi il numero 23059204. il qual partito per il primo numero, cioè, per 2. ci darà il Quotiente 11520902. da porſi

Q 3 nel

nel quinto luogo doppo il numero 4802. cioè, nel nono luogo, ſotto il quale ſi pone il numero 8. che è doppio del numero 4. poſto ſotto il numero 4802. moltiplicato. Così ancora, ſe il numero 98. del terzo luogo ſi moltiplicarà per il numero 1647086. & il numero prodotto 161414428. ſi diuiderà per il primo numero 2. ſi farà il Quotiente 80707214. da ſcriuerſi nel terzo luogo doppo il numero 1647086. cioè, nel luogo decimo, ſotto il quale ſi pone il numero 9. compoſto dal 2. poſto ſotto il 98. e dal 7. poſto ſotto il 1647086. &c.

In che modo il nu. di qual ſi voglia luogo ſi ritroui nella progreſſione Geometrica, che comincia da qual ſi voglia num. ſenza li numeri di mezzo.

Da queſte coſe facilmente ritrouaremo il numero di ciaſcun luogo. Imperoche ſe nella prima progreſſione s'hauerà da trouare il numero, che ſi deue porre nel trigeſimo luogo, moltiplicaremo il numero 5120. in ſe ſteſſo per fare 26214400. il qual numero partito per 5. farà il Quotiente 5242880. da porſi nel luogo vigeſimo primo, cioè, il quale auanza vna vnità il numero 20. che è doppio dal numero 10. poſto ſotto il 5120. in ſe moltiplicato, e che ſi pone ſotto il vigeſimo primo luogo. E perche 20. & 9. fanno 29. ſe moltiplicaremo il numero ritrouato 5242880. del vigeſimo primo luogo, ſotto il quale ſi pone il numero 20. per 2560. ſotto il quale ſi ſcriue il numero 9. faremo vn numero, che partito per 5. farà il Quotiente 2684354560. da porſi nel trigeſimo luogo, cioè, il quale auanza d'vna vnità quel numero compoſto 29.

Vedi adunque, che poſſiamo ritrouare il numero eſtremo di qual ſi voglia progreſſione Geometrica, ancorche non ſi ſcriuono tutti li numeri di mezzo di quella progreſſione, con più operationi, però, che non habbiamo tutti di ſopra nella ſeconda regola delle progreſſioni Aritmetiche.

Ma perche nella prima regola delle progreſſioni Geometriche habbiamo detto, che qual ſi voglia numero della progreſſione Geometrica della proportione, dupla, che comincia dall'1. leuata prima l'vnità da quello, è la ſomma di tutti li numeri precedenti, & in queſta ſecōda regola habbiamo inſegnato, che qualunque numero della progreſſione Geometrica, che

co-

comincia dall'1. moltiplicãdo se stesso produce vn numero da porsi nel luogo doppio maggiore, manco d'vna vnità, che non è il luogo del numero moltiplicato in se stesso: seguita che se si aggiongerà 1. alla somma di quanti numeri tù vuoi della progressione Geometrica della proportione dupla, che comincia dall'1. è la somma si moltiplicarà in se stessa, si produrrà, leuata prima vna vnità dal prodotto, la somma di due volte più numeri della medesima progressione. Perche la prima somma aggiongendosegli l'vnità, constituisce il numero prossimo sequẽte nella mẽdesima progressione, il qual numero moltiplicando se stesso, produce vn numero, che s'hà da porre nel luogo doppio maggiore manco d'vna vnità, che non è il luogo del numero moltiplicato in se stesso: e perciò, leuata l'vnità, il medesimo numero sarà la somma di tutti li numeri precedenti, li quali senza dubbio sono due volte più, delli primi delli quali è stata pigliata la somma. Come per essempio. La somma di sette termini aggiongendosi l'vnità fa il termine ottauo, che moltiplicato in se stesso, produce il decimoquinto termine cioè, il numero, che s'hà da porre nel doppio maggior luogo manco d'vna vnità, che non è d'ottauo il qual termine decimoquinto, leuandogli l'vnità sarà senza fallo la somma delli quatordeci termini, precedenti, cioè, la somma di doppio più termini, di sette, la somma delli quali fù presa. E la medesima ragione è in tutti l'altri termini.

La somma di quanti numeri tù voi della progressione Geometr. della portione dupla, che comincia da 1. aggiõtoli prima l'vnità, se moltiplica se stessa produce vn nu. che leuata prima l'vnità è la sõma di due volte più termini.

Sì che alcuno breuemente desidera di ritrouare la somma di 64. termini della progressione Geometrica della proportione dupla, che comincia dall'1. cioè, quanti luoghi sono à ponto nel giuoco de'scacchi s'hauerà da pigliare prima la sõma di questi quattro termini 1. 2. 4. 8. cioè 15. Doppo aggiontagli l'vnità s'hauerà da moltiplicare la somma 16. in se stessa. Perche se dal numero prodotto 256. si leuarà 1. restarà la somma di otto termini 255. in oltre tornando ad aggiongere l'vnità, s'hauerà da moltiplicare la somma 256. in se stessa, acciò si faccia il numero 65536. è perciò la somma di 16. termini 65536. si che se di

In che modo facilmente si ritroui la somma di 64. luoghi della progressione Geometrica della proportione dupla, che comincia da 1.

nuouo, aggionta l'vnità la ſomma 65536. ſi moltiplicarà in ſe ſteſſa ſi farà il numero.

1 0
4294967296.
. .

il quale, leuata prima l'vnità, darà la ſomma di 32. termini. 4294967296. Vltimamente ſe il numero 4294967296. ſi moltiplicarà in ſe ſteſſo, ſi farà il numero 18446744073709551615. il quale leuata prima l'vnità darà la ſomma di 64. termini.

Quanti denari ſi ricerchino acciò s'empino li 64. luoghi del gioco delli ſcacchi, in tal modo però, che nel 1. luogo ſi ponghi 1. quatrino, nel ſecondo 2. nel terzo 4. e coſi di mano in mano ſeguitando per la proportione dupla.

3 2 1 0
18446744073709551615.
. . .

E tanti quatrini ci biſognaranno, à chi vorrà empire tutti li 64. luoghi del giuoco delli ſcacchi, ponendo nel primo luogo 1. nel ſecondo 2. & 4. nel terzo, & 8. nel quarto, e così ſequitando di mano in mano per la proportione dupla: i quali quattrini fanno ſcudi (dando à ciaſcun ſcudo quattrini 400.) che à pena tanti

2 1 0
46116860184273879 [illegible].
. . .

denari ſi ritroua in vn Regno, ò in più ancora, ouero in tutto il Mondo il che à molti pare incredibile.

Anzi à pena ſono tante granella di grano in tutto il Mondo, quante ſe ne conterrebbono nelli detti 64. luoghi del ſchacchiero, ſe nel primo ſi poneſſe vno granello, nel ſecondo 2. nel terzo 4. &c. Il che così faremo manifeſto, ancorche à molti paia coſa al tutto incredibile. Secondo li medici è ſpetiali, 60. granella fanno vna dramma, cioè $\frac{1}{8}$. d'vn'oncia, e per 480. granella 1. oncia, & 5760. granella 1. libra. Eſſendo adunque, che 600. libre communemente faccino

vna

vna misura di grano, la quale in Roma si domanda Rubio, che poco differisce da quella misura, che li marinari d'Italia domandano Salma, staranno in vn Rubio 3456000. granella. Onde se la granella, che si

Quante granella di grano constituischino vn Rubio.

3 2 1 0
18446744073709551615

contengono in detti 64. luoghi del scacchiero, si diuideranno per la 3456000. granella, che fanno vn Rubio, ne resultano rubij, e non sò che di più: quanti

2 1 0
5337599558365.

penso à pena si possono ritrouare insieme in tutto il Mondo. Perche conciosia: che vna naue ordinaria communemente porti Rubij 3000. si ricercarebbono al manco portare quel grano naui.

Quante naui si ricerchino à portare il grano posto nelli 64. luoghi del giuoco delli scacchi.

1779199852.
1 0

che per caricare ogn'vno facilmante potrà persuadersi, che à pena bastarebbe il grano di tutto il Mondo. Che se in tutto il Mondo à pena sono granella di

3 2 1 0
18446744073709551615.

grano, molto manco vi saranno tutti quattrini, ancorche tutte le monete si riducessero à quattrini, non essendo dubbio ad alcuno, che nel mondo è maggior abbondanza, e copia di grano, che di denari. Il che anco da questo si può conoscere.

Perche il scudo d'oro à Roma vale baiocchi 115. ouero quattrini 460. se li quattrini 18446744073709551615.

1615. che si contengono nelli detti 64. luoghi del scacchiero, si diuideranno per baiocchi 115. cioè, per quatrini 460. si faranno scudi d'oro, & vn poco più.

Quãte naui si ricerchino a portare li denari posti nelli 64. luoghi delli scacchi se si riducessero à scudi d'oro.

2 1 0
40101617551542503.

E perche 100. docati d'oro fanno 1. libr. conterransi 180000000. scudi d'oro in 1800000. libre, cioè, quante commodamente può portare vna naue ordinaria, essendo che 30000. Rubij, che caricano vna naue, faccino libre 1800000. il qual peso auanza di gran lunga quella grand'Auguglia di pietra, che si vede in Roma appresso à S. Pietro, atteso, che quella, si come affermano gl'intelligenti, di queste cose, non pesi più, che libre 1180000. anzi secondo alcuni manco, la quale nondimeno potersi à pena portare con vna naue facilmente si persuaderà, chi bene considera la grandezza di essa. Il che voglio hauer detto acciò nissuno pensi, che noi habbiamo dato poco ad vna naue, dandoli libre 1800000. cioè 3000. Rubij di grano, ouero 180000000. scudi d'oro. Di quì nasce, che per portare 40101617551542503. scudi d'oro saranno necessarie 222786764. naui, & anco più. E chi dubita, che li denari di tutto'l mendo, ancorche si riducessero à scudi d'oro non sono tanti, che caricassero tante naui.

Nella progressione, della quale il primo termine 1. il secondo 2. ma il terzo triplo del secondo, e similmẽte il quarto triplo del terzo, e così di mano ciaschedun termine è doppio di tutti li termini precedenti.

Che se alcuno nel primo luogo porrà 1. quattrino, ouero granello, 2. nel secondo 6. nel terzo, 18. nel quarto 54. nel quinto, e così di mano in mano: tal che'l numero posto in ciascun luogo sia doppio di tutti quelli insieme, che ne i luoghi precedenti sottoposti. Ilche all'hora s'osseruarà, quando moltiplicarà il numero del secondo luogo per 3. e similmente il numero prodotto, e così di mano in mano. Come in questa progressione è manifesto.

1.2.5.18.54.162.487.1458.4374.13122. &c.

La qual cosa così si potrà dimostrare. Perche'l numero di ciaschedun luogo è doppio delli numeri posti

ſti in tutti li precedenti luoghi, conterà neceſſariamẽte il detto numero due volte il numero del proſſimo luogo precedente, e parimente due volte li numeri di tutti gl'altri luoghi precedenti. Eſſendo adunque ch'il numero del proſſimo luogo precedente contenga ancora li numeri di tutti gl'altri luoghi precedenti due volte abbracciarà il detto numero tre volte il numero del proſſimo luogo precedente. Come per eſſempio perche il numero 18. del quarto luogo è doppio di queſti numeri 1.2.6. conterrà il detto numero 18. due volte il numero 6. e di più due volte li numeri 1.2. Onde eſſendo che'l numero 6. ſia doppio ancora delli numeri 1.2. conterà il medeſimo numero 18. due volte il numero 6. e di più vna volta, cioè, il numeri 1. 2. ancora due volte, e perciò ſe ſi moltiplicarà il numero 6. per 3. ſi produrrà il numero 15. del ſeguente luogo, il quale è tre volte tanto quanto il numero del proſſimo luogo precedente, e doppio de i numeri in tutti gl'altri precedenti luoghi. E la medeſima ragione è in tutti gl'altri. Che ſe alcuno, dico, porrà li quattrini, ouero li grani in queſto modo nelli detti 94. luoghi del ſchacchiero ſi ritrouarà molto maggior ſomma, che prima.

In che modo ſi ritroui la ſomma delli 64. termini, che minciano dall'vno, e che vanno ſeguitando in tal modo, che ciaſchedũ termine ſia doppio di tutti li termini precedenti.

La ſomma in queſto modo ſi raccorrà: ancorche non ſi ponghino tutti i numeri di quella progreſſione. Perche tutti li numeri procedono con proportione tripla, cominciando dal ſecondo luogo s'hauerà da ricercare il numero del luogo ſeſſageſimo terzo della proportione tripla, che comincia dal 2. Imperoche queſto numero ritrouato occuparà il luogo 64. del ſchacchiero. E queſto conoſciuto, ſi ritrouarà la ſomma di tutti li 63. luoghi, come hauemo inſegnato nella prima regola delle progreſſioni Geometriche alle quali ſe s'aggiongerà l'vnità poſta nel primo luogo del detto giuoco s'hauerà la ſomma di tutti li 64. luoghi. Come per eſſempio, poſti queſti cinque termini 2.6. 18. 58. 162. ſe ſi moltiplicarà il quinto in ſe ſteſſo, & il prodotto ſi diuiderà per il primo, ſi produrrà il numero 13122. da porſi nel nono luogo, cioè, nel doppio maggior luogo, manco d'vna vnità, ſi come è il

luo-

luogo del numero in se moltiplicato, si come detto habbiamo in questa seconda regola. E se di nuouo il numero 13122. del nouo luogo si moltiplicarà in se stesso, & il prodotto si diuiderà per il primo, cioè, per 2. si farà il numero 86093442. da porsi nel decimo settimo luogo. Ilche se di nuouo si moltiplicarà in se stesso, & il prodotto si diuiderà per il primo si farà il numero 3706040377703682. da porsi nel trentesimo terzo luogo. Il quale se di nuouo si moltiplicarà in se stesso, & il prodotto si diuiderà per il primo, si produrrà il numero sequente.

5 4 3 2 1 0
6867367640585024969315698178562.
. . . . .

Che s'hà da collocare nel sessagesimo quinto luogo. Ma noi cerchiamo il numero del sessagesimoterzo luogo, al quale il numero ritrouato del sessagesimoquinto luogo hà la proportione duplicata della tripla, cioè, noncupla, per la definitione 10. del libro 5. di Euclide atteso, che li numeri posti nel luogo sessagesimoterzo, sessagesimoquarto, e sessagesimoquinto hanno vna continoua proportione tripla. Per la qual cosa se partiremo il numero ritrouato per 9. ritrouaremo questo numero seguente, che s'hauerà da porre nel sessagesimo terzo luogo.

4 3 2 1 0
763040848953891663257299797618.
. . . . .

Hora leuato il primo numero 2. del detto numero ritrouato, & il resto partito per il numero d'vna vnità minore, che 'l Denominatore della proportione tripla, cioè per 2. e finalmente aggionto il Quotiente al numero ritrouato del sessagesimoterzo luogo, si farà la somma di tutti li sessantatre luoghi, alla quale se aggiongerà l'vnità posta nel primo luogo del scacchiero si comporrà questa somma de i 64. luoghi del detto scacchiero.

5 4 3 2 1 0
11445612734309374948859496964 27.

Ritrouaremo questa medesima somma ancora così. Moltiplichisi la somma de i tre primi luoghi del scacchiero, che è 9. in se stessa, e farassi la somma 81. di due volte più luoghi, manco vno, che non sono li tre luoghi, la somma delli quali fù presa, e moltiplicata in se stessa, cioè la somma di cinque luoghi; la quale se di nuouo si moltiplicarà in se stessa, farassi al medesimo modo la somma 6561. di noue luoghi, cioè, di due volte più luoghi, di cinque manco vno, la quale di nuouo moltiplicata in se stessa, produrrà la somma 43046721. di diecisette luoghi, questa di nuouo moltiplicata, in se stessa farà questa somma 18580201888 51841. di trentatre luoghi: la quale di nuouo moltiblicata, in se stessa produrrà la somma seguente.

Vn'altro modo di trouare la sõma delli 64. termini, che comincia da 1. & in tal modo vadino seguitando che ciaschedũ termine, sia doppio di tutti i termini precedenti.

5 4 3 2 1 0
343368382029251249465784908928 1.

di sessantatinque luoghi. Ma noi cerchiamo solamente la somma di sessantaquattro luoghi, la quale si contiene nella somma ritrouata de i sessantacinque luoghi, atteso, che la somma di quanti si voglia luoghi sia tripla della somma di tutti li luoghi prededenti. Imperoche essendo il numero dell'vltimo luogo, cioè (nel detto essempio) del sessagesimoquinto, doppio delli numeri di tutti li precedenti luoghi; seguita, che aggionta la somma de i numeri di tutti li precedenti luoghi, al numero del sessagesimoquinto luogo, si faccia la somma di tutti li sessantacinque luoghi, che abbraciarà la somma delli precedenri sessantaquattro luoghi tre volte. Per il che partita la somma ritrouata per 3. ne risultarà questa somma seguente delli sessantaquattro.

Quanto grano si ricerchi, acciò s'empino li 64. luoghi del giuoco delli scacchi, in tal modo però, che nel 1. luogo si põghi 1 nel secondo 2. nel terzo 6. nel quarto 18.

è coſi di mano in mano in tal modo, che li grani del luogo ſeguente ſiano doppij di tutti i grani inſieme poſti nelli luoghi precedenti.

$$\overset{5}{1}1\overset{4}{4}4\overset{3}{5}6\overset{2}{1}2\overset{1}{7}3\overset{0}{4}308374948859499642 7.$$

luoghi del giuoco delli ſcacchi, come prima.

Tutti queſti grani, ſe ſi diuideranno per 3456000. che fanno vn rubio, faranno li ſequenti rubij.

$$\overset{3}{33}\,\overset{2}{1180}\,\overset{1}{924025}\,\overset{0}{12658}99554 25\ \frac{1\,8\,3\,2\,0\,1}{1\,2\,8\,9\,0\,0}.$$

E quante naui ſiano neceſſarie à portare quel grano.

che per portarle, mettendo ooo. rubij per naue, ſaranno neceſſarie tutte queſte naui ſequenti.

$$\overset{3}{1}1039\overset{2}{3}641341\overset{1}{7}0886\overset{0}{3}318\ \frac{1\,9}{4\,0}.$$

che coprirebbono 102714380. globi compoſti dalla terra, & acqua. Il che coſi faremo chiaro. Poniamo, che il piano ſupremo di vna naue ſia vguale ad vn quadrato, il cui lato ſia di 70. palmi, di quelli, che appreſſo li Matematici, & Architetti ſono in vſo: poiche ordinariamente la longhezza della naue è di 220. palmi, e la larghezza di 40. ſe ſi riduceſſe ad vn parallelogrammo terrangolo. Onde ne ſequita, che il piano di eſſa contenga palmi quadrati 4800. del qual numero la radice quadrata è quaſi 60. Eſſendo adunque, che 5500. palmi, poco più, ò meno, faccino vn miglio, e perciò palmi 133750000. faccino miglia 22500. cioè, tante, quante ſi contengono in tutto il giro della terra; ſe partiremo queſti palmi per 70. cioè; per la longhezza, ouero la larghezza vna naue quadrata, ritrouaremo in tutto il giro della terra contenerſi naui 1910714. chi ſi tocchino l'vn l'altra. Nel medeſimo modo palmi 39374500. faranno tutto il diametro della terra, che contiene miglia 7159. li quali palmi ſe di nuouo li partiremo per 70. ritrouaremo nel diametro

Quante naui copriranno tutta la ſuperficie della terra, e del mare, ſe l'vna toccaſſe l'altra.

della

della terra comprendensi naui, che si tocchino l'vn l'altra, quasi 562493. Hora moltiplicando le naui 562493. del diametro per le naui 1910714. del giro, faremo le naui sequenti.

2 1 0
1074763250002.

che copriranno tutta la superficie della terra, e del mare, poiche, come hauemo scritto nel fine del 1. capitolo della sfera, dalla moltiplicatione del diametro nel giro del massimo circolo di qual si voglia sfera, si produce tutta la superficie della sferà. E se per queste naui di tutta superficie della terra, & acqua partiremo quelle naui di sopra ritrouate, cioè, 11039364134170886318. che si ricercano a portare il detto grano, ritrouaremo 102714380. globi delle terra, e del mare composti, e tutti coperti dalle naui richieste à portare il detto grano, la qual somma di grano auanza di gran lunga il grano di tutto il Mondo; atteso, che le naui, nelle quali fusse il grano di tutto il Mondo, non potrebbero coprire ne anco vna terra sola, come facilmente ogn'vno potrà giudicare.

Quanti globi fatti dell'acqua e della terra si copririano dalle naui che sono necessarie a portare il grano detto poco fa.

In vn'altro modo dichiararemo questa incomprensibile moltitudine del grano, se ricercaremo, quanti globi, ouero sfere si possono fare da quelle granella, che secondo questo vltimo modo nelli 64. luoghi del scacchiero sono contenute, delle quali sfere ciascuna sia vguale al globo di tutta la terra insieme co'l mare. Il che così si farà. Perche le granella del grano non sono tondi, pigliaremo in vece loro tante granella di coriandolo, che sono tonde, ancorche siano vn poco più piccole, delle granella del grano. Imperoche così auuerrà, che più globi terresti si faranno dalle granella del grano, che delle granella di coriandolo, essendo, che ce ne vadino manco di quelle, che di queste a fare vn globo, e pur ne sia tanto num. di quelle, quanto di queste nelli 64. luoghi del giuoco delli scacchi. Adunque perche 18. granella di coriandolo

(si co-

(si come io n'hò fatto l'esperienza) fanno la quarta parte di vn piede Geometrico, & vn poco più, potremo con ragione dire, che 70. granella messe per ordine in vna linea retta, che si tocchino l'vn l'altro, faccino la longhezza di vn piede. Onde hauendo le sfere tra di loro porportione triplicata delli loro diametri, come Euclide dimostra nella propositione 18. del lib. 12. conterransi nella sfera, della quale il diametro sia vguale a vn piede Geometrico, granella di coriandolo 343000. poiche questo numero à l'hà proportione triplicata di quella, che hà vn piede Geometrico di 70. granella all'1. come qui si vede.

1. 70. 4900. 343000.

In oltre, perche 5000. piedi Geometrici fanno vn miglio, seguita, che per la medesima ragione la sfera della quale il diametro sia ad vn miglio vguale, habbia alla sfera, della quale il diametro vguale ad vn piede, la medesima proportione, che questo numero 125000000000. hà all'1. essendo, che questo numero all'1. habbi proportione triplicata di quella, che 5000. piedi hanno all'1. come qui si vede.

1. 5000. 25000000. 125000000000.

Per la qual cosa, essendo, che la sfera, che hà il diametro d'vn piede, contenga 343000. granella di coriandolo staranno nella sfera, della quale il diametro sia vguale ad vn miglio, granella 42875000000000000.

Dipoi, perche il diametro della terra contiene miglia 7159. poniamo noi, che contenga miglia 7100. per fare la terra più grande, che non è, & conseguentemente per fare minor numero di terre dalle dette granella, che in vero si sarebbero; se pigliassero la terra nella sua propria grandezza. Imperoche di qui seguitarà, che se pare incredibile, che si facci minor numero di terre dalle dette granella, ponendo la terra più grande, che non è, molto più incredibile parerà, che si facci maggior numero di terre, ponendo la terra

ra

ra nella propria ſua grandezza. Poſto queſto coſi, hauerà tutta la sfera della terra alla sfera, della quale il diametro è vguale ad vn miglio, la medeſima proportione che à queſto numero 373248000000. all'1. poi che queſto numero all'1. hà proportione triplicata di quella, che hanno 7200. miglia di tutto il diametro della terra ad vn miglio, come quì è manifeſto.

1. 7200. 51840000. 373249000000.

Per la qual coſa, eſſendo, che la sfera del diametro di vn miglio, habbi 42875000000000000. granella conterrà tutto il globo della terra granella.

4 3 2 1 0.
1600300800800000000000000000.

Se adunque per queſto numero partiremo il numero di tutte le granella, che ſi contengono in quelli 64 luoghi del giuoco delli ſcacchi, faremo globi della terra 71 $\frac{1}{2}$. e poco più. Tante sfere adunque, delle quali ciaſcheduna ſia vguale à tutta la terra, compoſta dalle granella di coriandolo ſi richiedono per potere riempire li detti 64. luoghi del ſcacchiero, in quel modo c'hauemo detto, che pare incredibile.

Hora ſe quelle granella ſaranno quatrini faremo da quelli ſeguenti ſcudi d'oro.

4 3 2 1 0
2488176681371385858584477167 31.

E perche di ſopra hauemo detto, vna naue commodamente portare ſcudi d'oro 1800000. ſe quelli partiremo per queſti ritrouaremo eſſere neceſſarie per portare detti denari tutte quelle naui.

3 2 1 0
1382320. 3785396588103 24.

Quãti globi vguali alla terra ſi farebbono del grano contenuto nelli 64. luoghi del ſcachiero, nel modo, che detto habbiamo

Quãte naui portariano li ducati d'ora fatti dalli quatrini, che empiſſero li 64. luoghi in quel modo ch'è ſtato detto della geanella del grano.

che coprirebbono tante superficie della terra, e del mare, quante vnità sono in questo num. 1286162676. per amore, che di sopra hauemo posto, che naui 107476325000 2. coprino vna superficie della terra, e del mare. Laqual somma di denari eccede ogni capacità d'ingegno humano.

E quanti globi della terra, e del mare dette naui copraríono.

Similmente se alcuno desidera sapere la somma di 40. termini della medesima progressione della proportione dupla, s'hauerà primieramente da pigliare la somma di questi 5. termini 1. 2. 4. 8. 16. cioè 31. Dipoi aggiontoli l'vnità si moltiplicarà la somma 32. in se stessa: perche leuata l'vnità dal numero prodotto, restarà la somma di 10. termini 1023. Di nuouo aggionta l'vnità se la somma si moltiplicarà in se stessa, e dal prodotto si leuarà l'vnità, verrà à farsi la somma, di 20. termini 1048. 575. Vltimamente, aggionta di nuouo l'vnità, se la somma si moltiplicarà in se stessa, e dal prodotto si leuarà 1. rimarrà la somma di 40. termini. 1099511627775. Tanti quatrini adunque riceuerebbe vn Duca, ò Prencipe, che vendesse 40. sue Castella con questo patto, che per il primo se pagasse 1. quattrino, per il secondo 2. quattrini per il terzo 4. e così sempre seguitando di mano in mano per la proportione dupla. Li quali quattrini tutti fanno scudi 4748779069. $\frac{175}{470}$. Che se con questi denari quel Prencipe ne comprasse entrata ferma d'vn'anno, di modo, che 10. scudi guadagnassero solamente 5. scudi, (ancorche per l'ordinario guadagnino più) s'hauerebbero scudi 137438953. e baiocchi 47. $\frac{3}{16}$ l'anno quanta entrata nissun Monarca, ò Republica mai hà hauuto. Sì che per niun conto sarebbe riputato scioc-co, ò balordo quel Duca, (come pare à molti poco essercitati nelle cose d'Aritmetica) che hauesse vendute le sue 40. Castella con la conditione predetta, ma oltre modo sauio, & accorto.

Quanto costino 40 Castella, se si venderãno in tal modo, che per il primo si paghi 1. quattrino, per il secondo 2. quattrini, e per terzo 4. &c.

Vltimamente se alcuno desidera hauere speditamente la somma di 24. termini della medesima progressione s'hauerà da pigliare prima, la somma di questi tre termini 1. 2. 4. che è 7. Dipoi aggiontoli l'vnità si moltiplicarà la somma 8. in se stessa, e dal

In qual modo breuemente si caui la sõma di 24 termini della progressione Geometrica della proportione dupla, che comincia dall'1

pro-

prodotto ſi cauarà l'vnità, per fare la ſomma 63. di 6. termini. Aggiongendo di nuouo l'vnità, e moltiplicando la ſomma 64. in ſe ſteſſa, e leuando l'vnità dal numero prodotto s'hauerà la ſomma 4095. di 12. termini. Finalmente aggiongendo di nuouo l'vnità, e moltiplicando la sõma di ſe ſteſſa leuando l'vnità dal numero prodotto, riſultarà la ſomma di 24. termini, 16777215. Di maniera, che ſenza ragione ſe ne burlarebbe di colui che vn cauallo valoroſo, che hà nelli piedi 24. chiodi, lo vendeſſe con queſta conditione, che gli fuſſe pagato per il primo chiodo 1. quattrino per il ſecondo 2. per il terzo 4. per il quarto 8. &c. Perche riceuerebbe per il cauallo 16777215. quattrini, che fanno ſcudi 41943. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{5}$. per il qual prezzo ogn'vno volentieri darebbe il ſuo cauallo. E queſto poco baſti hauer detto delle progreſſioni: perche molto più di eſſe ſcriueremo nella noſtra Aritmetica più copioſa.

Quãto coſteria vn cauallo, che hà 24. chiodi nelli piedi, ſe così vendeſſe, che per il primo chiodo ſi deſſe vn quatrino, e per il ſecondo 2. e per il terzo 4. &c.

DEL MODO DI CAVARE
LA RADICE QVADRATA.
Cap. XXVI.

NVmero quadrato ſi dice quello, che ſi produce da qualunque num. in ſe ſteſſo moltiplicato. Come è il 4. che produce dalla moltiplicatione del numero 2. in ſe ſteſſo. Coſi ancora il 9. eſſendo, che ſi produca dal 3. in ſe ſteſſo. Di più il 2209. che ſi produce dalla moltiplicatione del 47. in ſe ſteſſo, &c. L'vnità ancora dalli Aritmetici ſi chiama numero quadrato, benche impropriamente, atteſo, che dall'1. in ſe ſteſſo ſi produca. Il numero dipoi, che in ſe moltiplicato produce il nu. quadrato, ſi chiama lato, ouero radice del quadrato.

Che coſa ſia numero quadrato.

Che ſia radice quadrata.

Che coſa ſia cauare la radice quadrata

Adunque cauare la radice quadrata d'alcun numero propoſto, non è altro, che ritrouare vn numero, che moltiplicato in ſe ſteſſo produchi il numero propoſto, ſe è quadrato, ouero ſe non è quadrato, facci il maggior numero quadrato cõtenuto in quello. Come per essempio, cauare la radice quadrata, del numero 2209. non è altro, che ritrouare il numero 47. Perche questo moltiplicato in se stesso produce il proposto numero 2209. Cosi ancora cauare la radice quadrata dal numero 3375. non è altro, che ritrouare il numero 58. Perche questo in se stesso moltiplicato produce il numero quadrato 3364. che è il maggiore di tutti i quadrati contenuti nel numero 3375 Imperoche il numero quadrato prossimo maggiore, del quale il lato, ouero la radice è 59. cioè, d'vnità maggiore, che 58 è 3481.

In che modo si segni con li ponti il numero del quale si cerca la radice.

Ma primieramente si deue segnare il numero proposto, dal quale si hà da cauare la radice, con certi pōti, ponendo vn ponto sotto la prima figura dalla parte destra, ouero sopra la prima figura, & vn'altro sotto la terza figura, & vn'altro sotto la quinta figura, & vn'altro sotto la settima: e cosi di mano in mano sotto la nona, vndecima, e sotto gl'altri luoghi dispari: si che ciascun ponto habbi due figure, cioè, quella, sotto la quale è segnato il ponto, e l'altra precedente verso la parte sinistra; eccetto l'vltimo ponto dalla parte sinistra, ch'alcuna volta hà solamente vna figura, cioè, quand'il numero delle figure è disparo. E tante figure hauerà la radice del numero proposto, quanti ponti sono segnati. Come li seguenti numeri cosi si segnaranno, e la radice del primo hauerà in tutto quattro

Quante figure habbia la radice del numero proposto.

21178404.
. . . .

45678902
. . . . .

figure. Ma la radice del secōdo si scriuerà con 5. figure.

In che modo la radice quadrata si caui dal dato numero.

Segnato in questo modo il numero, cosi si cauarà la sua radice. Sotto l'vltimo ponto dalla banda sinistra si pone la radice del maggior quadrato contenuto in quelle figure, che appartengono à quel ponto: la qual radice non può essere maggiore, di 9. E la medesima radice si scriue dalla parte sinistra del numero proposto, doppo questa linea corua, si come dicemo della

diui-

diuiſione delli numeri intieri. E queſta radice à guiſa d'vna figura Quotiente ſi moltiplica per la radice poſta ſotto il ponto à guiſa d'vn partitore; & il numero prodotto il ſottrare dal numero ſopra ſcritto, ſcancellate prima le figure, dalle quali ſi fa la ſottrattione inſieme con la radice notata ſotto il ponto; ſi come hauemo inſegnato nella diuiſione delli numeri intieri. Ma il numero che reſta, non può eſſere maggiore, del doppio della radice poſta ſotto il ponto.

Doppo queſto ſi radoppia la radice ritrouata, e queſto numero radopiato ſi ſcriue ſotto il ſeguente ponto con queſto ordine, che prima la ſua figura ſi ponga ſotto la figura, che più vicina ſeguita l'vltimo ponto verſo la parte deſtra, e l'altre, ſe ve ne ſaranno, per ordine di mano in mano, ſequitando verſo la ſiniſtra, ſiche ſotto la figura ſotto la qual ſi pone il ſeguente ponto, niente ſi ſcriua, perche quella ſi douerà porre la nuoua figura del Quotiente. Poſto in queſto modo quel numero radoppiato, ſi partiſce per eſſo il numero ſopraſcritto, e la figura del Quotiente ſi ſcriue doppo il numero propoſto dalla parte deſtra, e la medeſima ancora ſotto il ponto, per far quaſi vn partitore intiero da quel numero radoppiato, con queſta figura del Quotiente. Il che fatto, ſi moltiplica queſta figura del Quotiente in tutto quel partitore, come nella diuiſione delli intieri, & il numero prodotto ſi ſottrae dal ſopraſcritto numero, &c. Ma auanti che tu ſcriui queſta nuoua figura del Quotiente, s'hà prima da vedere, ſe quella moltiplicata in quel numero radoppiato, & in ſe ſteſſa poſta doppo quel numero radoppiato, produce vn tal numero, che ſi poſſi ſottrare dal numero ſopraſcritto.

Di nuouo al medeſimo modo ſi radoppia tutto il numero poſto fin quì doppo queſta linea corua, & il numero radoppiato ſi ſcriue ſotto il ſeguento ponto, con quell'ordine, che di ſopra habbiamo dato, di modo, che di nuouo ſi laſci voto il ponto ſeguente, per porre iui la nuoua figura del Quotiente. Il che fatto, ſi partiſce per queſto numero radoppiato il ſopraſcritto numero, ſi piglia tal figura per il Quotiente, che moltiplicata in quel numero radoppiato, & in ſe ſteſſa poſta doppo quel numero radoppiato, venga à fare vn numero.

Parimente tutto il numero poſto fin quì nel Quotiente radoppia, e ſi fanno tutte l'altre coſe, come prima, e così di mano in mano, finche tutti li ponti ſiano ſpediti. Ma tutte queſte coſe ſi faranno più chiare con l'eſſempi.

Si habbia da cauare la radice quadrata dal numero 21178404. Segnati li ponti, come è ſtato detto di ſopra pongo ſotto l'vltimo ponto dalla parte ſiniſtra, la figura 4. cioè la radice del maggior quadrato, contenuto nel ſopraſcritto numero 21. (Perche il numero quadrato di maggior radice, cioè, di 5. & 25. e quella vn'altra volta ſcriuo doppo queſta linea corua. Moltiplicando poi la figura 4. del Quotiente per la figura 4. ſotto il ponto poſto ſi fa 16. Il qual numero leuato dal 21. ſi come habbiamo inſegnato nella diuiſione delli numeri intieri, rimane 5. Onde al ſeguente ponto apparteranno queſte tre figure 117.

5
~~21~~178404 (46
. . . .
~~4~~86

Doppo radoppiata la figura 4. del Quotiente ſi fa 8. che ſcriuo ſotto 1. come vedi nell'eſſempio; e partiſco 51. per 8. e ritrouo 8. eſſer contenuto nel 51. ſei volte. Pongo adunque 6. tãto nel Quotiente doppo il 4. quanto ſotto il ponto della figura 6. Ma moltiplicãdo queſta figura 6. del Quotiente per tutto il partitore 86. e cauando il prodotto del ſopraposto numero 517. riman 1. Di ſorte che tutte queſte tre figure 184. apparteneranno al ponto, che ſiegue.

8~~2~~1
~~2117~~8404. (460
. . . .
~~4~~8620.
9

Di nuouo radoppiato il Quotiente 46. ſin quì ritrouato per fare 91. ſcriuo 2. ſotto 8. & 9. ſotto 1. come vedi nell'eſſempio, & diuido 18. per 92. Ma perche

92. non si contiene ne pur vna volta in 18. pongo 0. così nel Quotiente, come sotto il ponto della figura 4. e scancello tutto il portatore 920. E così appartenerà all'vltimo ponto tutto questo num. 18404.

881
21178404. (4602.
. . . .
498202
092

Vltimamente radoppiato il Quotiente 460. fin quì ritrouato per fare 920. scriuo 0. sotto il 0. & il 2. sotto il 4. & 9. sotto l'8. come vedi nell'essempio. Ma diuidendo 1840. per 920. ritrouo questo numero in quello essere contenuto due volte. Pongo adunque la figura 2. tanto nel Quotiente, quanto sotto il ponto della prima figura 4. Ma moltiplicãdo questa figura 2. per tutto il partitore 9202. e cauando il numero prodotto dal soprascritto numero, resta nulla. Adunque la radice quadrata del numero proposto è 4502. & esso numero proposto è quadrato, atteso, che niente sia auanzato doppo l'vltima sottrattione.

831
21178402. (4602
. . . .
4862002
092

Si habbia di più da cauare la radice quadrata dal num. 456789012. Segnati li ponti, come hauemo insegnato, scriuo sotto l'vltimo ponto dalla banda sinistra la figura 2. cioè, la radice del maggior quadrato contenuto nel soprascritto numero 4. & vn'altra volta la pongo nel Quotiente. Ma moltiplicando la figura 2. del Quotiente per la figura 2. sotto il ponto, si fa 4. che sottrato nal 4. riman nulla. Onde queste due figure 56. apparteneranno al ponto sequente.

456789012 (21
. . . . .
241

Radoppiata la figura 2. del Quotiente, si fa 4. che scriuo sotto 5. lasciando il ponto seguente voto, per metter iui la nuoua figura del Quotiente. Ma diuidendo 5. per 4. ritrouo il Quotiente 1. che scriuo tanto doppo il Quotiente 2. quanto sotto il pon-

15
456789012 (213
. . . . .
24423
4

to della figura 6. E moltiplicando questa figura 1. del Quotiente per tutto il partitore 41. e cauando il numero prodotto dal 56. riman 15. Si che al seguente ponto appartengono queste quattro figure 2578.

Dipoi raddoppiato il Quotiente 21. insino à quì ritrouato fare 42. pongo 2. sotto 7. & 4. sotto 5. Ma diuidendo 157. per 42. ritrouo il Quotiente 3. il quale pongo così nel Quotiente, come sotto il ponto della figura 8. E moltiplicando questa figura 3. del Quotiente per tutto il partitore 423. e sottraendo il numero prodotto da 1578. rimangono 309. Adunque apparteneranno al seguente ponto queste cinque figure 30990.

3
1319
456789012 (2137
. . . . .
2412367
442

Di nuouo raddoppiato il Quotiente 213. fin quì ritrouato, per fare 426. scriuo 6. sotto 9. & 2. sotto 9. & 4. sotto 0. Ma diuidendo 3099. per 426. ritrouo il Quotiente 7. il quale scriuo tanto nel Quotiente, quanto sotto il ponto della figura 0. E moltiplicando questa figura 7. del Quotiente per il partitore 4277. e leuando il numero prodotto da 30990. restano 1121. Onde al ponto seguente apparteneranno queste sei figure 112112.

2
21
2032
131071
436789912 (21272
. . . . .
241224742
44227
4

Vltimamẽte radoppiato il Quotienre 2137. fin hora ritrouato per fare 4294 pongo 4. sotto 1. & 7. sotto 1. & 2. sotto 2. & 4. sotto 1. Ma diuidendo 11211. per 4274. ritrouo il Quotiente 2. il quale scriuo così nel Quotiente, come sotto il ponto della figu. 2. E moltiplicando questa figura 2. del Quotiente per tutto il partitore 42742. e leuando il nume-

2
836
1186
303272
15107138
456789012 (21372
. . . . .
2412367442
44227
4

ro prodotto 112112. auanzano 26628. Adunque il num. propoſto non è quadrato, e perciò il Quotiente ritrouato 21371. non è la ſua radice, ma d'vn'altro numero, che è il maggior quadrato compreſo nel dato numero, cioè, del numero 456762384. Perche il quadrato proſſimo maggiore, cioè, che hà la radice d'vna vnità maggiore della radice ritrouata 21372. fa vn numero maggiore del numero propoſto.

Si può ancora cauare la radice quadrata per Danda, ſi come di ſopra habbiamo inſegnato, à partire li numeri intieri per Danda, & è coſa ſicuriſſima, per non intricarci, quando ſe hà pigliata vna figura troppo grande, ò piccola, perche non ſi caſſano le figure. Il modo è queſto. Habbiaſi da cauar la radice quadrata dal numero 456789. Segnati li ponti, come detto habbiamo; pongo nel Quotiente la figura 6. cioè, la radice del maggior quadrato contenuto nell'vltimo ponto 45. e ſimilmente ſcriuo 6. ſeparatamente à mano deſtra, come nella diuiſione fatto habbiamo co'l Partitore: e moltiplico 6. del Quotiente, per il 6. ſeparatamente poſto, dicendo, 6. via 6. fanno 36. che cauo da 45. in queſto modo. Cauare 6. da 5. non ſi può, ma inſino à 10. habbiamo 4. che con 5. fanno 9. li quali ſcriuo ſotto il 5. e ritengo nella mente 4. cioè 3. per 30. & 1. per li 10. i quali 4. cauati da 4. non laſciano niente: che il ſeguente ponto ſarà 967.

Come ſi caui la radice quadrata per Danda.

```
              6
            127
           1345
456789  (675
 . . .
9
78
1164
```

Dipoi ſi radoppia la figura 6. ritrouata, facendo 12. e per 12. ſi diuide il ſeguente ponto 667. laſciando però la figura 6. ſotto la quale ſtà il ponto, dicendo 1. in 9. entra 7. volte, (imperoche l'8. ſarebbe troppo) ſcriuo adunque 7. nel Quotiente, & ancora ſeparatamente doppo il doppio 12. E la figura 7. moltiplico per tutto il numero 127. dicendo 7. via 6. fanno 49. cauare 9. da 7. non ſi può, ma inſino à 10. ne và 1. che con 7. fa 8. scriuo adunque 8. sotto il 7. di tal maniera però, che stia più basso, del 9. e ritengo 5. cioè 4. per il 40. & 1. per li 10. E dico 7. via 2. fanno 14. aggionti li 5. serbati, fanno 19. Cauare 9. da 6. non si può ma insino à 10. ce ne và 1 che con 6. fa 7. che pongo sotto il 6. e ritengo 2. cioè 1. per la decina delli 19. & 1. per li 10. nominati, quanto diceuamo 9. insino à 10. &c. Finalmente dico 7. via 1. fanno 7. & aggionti li 2. serbati, si fanno 9. che cauati da 9. niente lascino: si che il sequente ponto sarà 7889.

Vltimamente raddoppiando tutta la radice 67. fin quì trouata, fò 134. E per 134. diuido il ponto 7889. lasciando però la figura 9. sopra il ponto, dicendo 1. in 7. entra 5. volte, perche 6. sarebbe troppo. Scriuo adunque 5. nel Quotiente, e doppo il doppio 144. E per tutto il numero 145. moltiplicato 5. e dico 5. via 5. fanno 25. Cauando 5. da 9. restano 4. che pongo sotto il 9. e riserbo 2. per li 20. E dico 5. via 4. fanno 20. che con li 2. serbati fanno 22. Cauando 2. da 8. restano 6. da scriuere sotto l'8. e ritengo 2. per il 20. Di più dico 5. via 3. fanno 15. che con li 2. serbati fanno 17. Cauando 6. da 8. resta 1. e riserbo 1. per amor dei 10. Finalmente dico, 5. via 1. fanno 5. aggionto il 1. serbato, si fanno 6. che cauati da 7. resta 1. Si che tutta la radice è 675. & il residuo 1164. col quale si formarà vn rotto, come di sopra dicemmo.

456789	(675
. . .	
9.	6
78	127
1164	1345

E questo modo è bellissimo, perche si vede chiaramente tutti li residui: si che fusse pigliata vna figura nel Quotiente troppo grande, ò picciola, (troppo grande sarebbe, se li numeri prodotti non si potessero cauare dal ponto proposto: ma troppo piccola quando il residuo fusse maggiore, del doppio della radice fin li trouata.) Subito si può emendare l'errore, come nella diuisione, che detto habbiamo.

La proua dell'estrattione della radice quadrata è di tre sorti.

La proua del cauare la radice quadrata è di tre sorti, si come anco della diuisione delli intieri. Perche la prima si fa co'l buttar via li 9. L'altra co'l gittare via li

7. E

9. E la terza per moltiplicatione, ſi come è ſtato detto nella diuiſione delli numeri intieri. Ma la radice ritrouata, ſi deue pigliare quì in cambio del partitore. Perche ſe il numero propoſto ſi partirà per la radice ritrouata, ſarà il Quotiente l'iſteſſa radice. E ſe qualche numero ſarà auanzato nel cauare la radice, auanzarà il medeſimo nella diuiſione, pur che nella Quotiente ſi piglino le ſteſſe figure della radice ritrouata, ancorche nell'vltima diuiſione partiale ſi poſſa taluolta pigliare maggior figura, cioè, ogni volta, che il reſto dell'eſtrattione auanzarà la radice. Si che il primo eſsẽpio così ſi prouarà per il 9. Leuati via li 9. della radice 4602. reſtano 3. che ſcriuo nell'vna, e l'altra banda della croce, percioche la radice è il partitore, & il Quotiente inſieme, come hauemo detto. Hora moltiplicate tra di loro queſte due figure 3. & 3. fanno 9. e leuati li 9. riman o. che pongo nella parte ſuprema della croce. Finalmente, leuati li 9. dal numero propoſto, reſta ancora o. Ma il ſecondo eſſempio, così ſi trouarà per li 9. Leuati li 9. della radice 21372. riman 6. che pongo nell'vna, e l'altra banda della croce.

0
3 X 3
0

Ma moltiplicate tra di loro queſte due figure 6. & 6. fanno 36. e leuati li 9. da 36. e dall'auanzo della eſtrattione, rimangono 6. Et altretanto reſta, ſe ſi leuaranno il 9. dal numero propoſto.

0
6 X 6
0

Che ſi moltiplicarà la ridice del primo numero in ſe ſteſſa; produrraſſi il medeſimo numero primo. Di più, ſe ſi moltiplicarà la radice del ſecondo numero in ſe ſteſſa, & al prodotto ſi aggiongerà l'auanzo della eſtrattione, ſi produrrà il medeſimo numero ſecondo.

L'auanzo dell'eſtratione della radice quadrata non può eſſer maggiore, che doppio della radice ritrouata.

Quì ſi deue ancora auuertire, che in neſſuna eſtrattione di radice quadrata può eſſere maggior auanzo, ſe pur ce ſarà, che il doppio della radice ritrouata. Perche ſe l'auanzo fuſſe maggiore del doppio della radice ritrouata, ancorche fuſſe d'vna vnità ſola, il num.

pro-

proposto hauerebbe vna radice d'vna vnità maggiore di quella, che è stata ritrouata.

Qual sia la differenza tra due quadrati prossimi.

La ragione di questo è, che ciaschedun num. quadrato auanza il prossimo minore numero quadrato nel doppio della radice di esso minor quadrato, e di più in vna vnità; si che se s'aggiongerà 1. al doppio della radice di qual si voglia quadrato, e questa somma al quadrato prossimo minore, si farà il quadrato prossimo maggiore. Come per essempio, il numero quadrato 64. auanza il numero quadrato 49. nel numero 15. Doue chiaramente vedi il num. 14. essere doppio della radice del quadrato 49. che è 7. e auanzarui ancora vnità nel numero 15. e perciò se n'aggiongerà 1. al 14. cioè, al doppio della radice 7. e questa somma 15. al 49. farsi il numero quadrato 64. prossimo maggiore del 49. del quale la radice è 7. Se adunque alcuno proporrà il numero 63. acciò si caui la sua radice quadrata, si ritrouarà la radice 7. e auanzarà il numero 14. che è doppio della radice. Ma se vno proponesse il numero 64. e si trouasse la radice 7. si farebbe fatto errore, perche auanzarebbono 15. che sono più del doppio della radice 7. per la qual cosa la radice del numero 64. sarà 8.

DEL MODO DI APPROSSIMARSI *più al vero delle radici de i numeri non quadrati. Cap. XXVII.*

PErche quando il numero proposto non e quadrato, la radice ritrouata moltiplicata in se stessa produce vn numero minore del numero proposto, si come chiaramente nel secondo essempio s'è visto, doue la radice moltiplicata in se stessa produce vn numero, il quale dal numero proposto è auanzato in tutto questo numero 26628. mostraremo in questo luogo due vie, per le quali si ritrouarà la radice più propinqua, di sorte, che il suo numero quadrato dal proposto numero non quadrato sia poco, e quasi niente differente. Perche la radice vera non si può esprimere con numero, ma solamente per linea retta, come nel-

nella noſtra Aritmetica più copioſa ſi dimoſtra. Per la prima via ſi trouarà bene radice più propinqua, & vn'altra più propinqua, &c. in infinito; ma però ſempre minore, della vera; talche il numero quadrato di quella ſempre ſia minore del numero propoſto. Per l'altra via ſi ritrouarà ancora vna radice ben più propinqua, & vn'laltra più propinqua, &c. in infinito; ma ſempre auanzata la vera, ſi che il numero quadrato di quella ſempre ſia maggiore del numero propoſto. L'vna, e l'altra via però è ſtata dimoſtrata Geometricamente da Teone Aleſſandrino nel primo libro del Alma geſto di Tolomeo, e da Federico Commandino nel libro de Archimede della dimenſione del circolo.

La prima via adunque è queſta. Ritrouata la radice del maggior quadrato compreſo nel num. propoſto, s'aggionga à quella il rotto, del quale il Numeratore è l'auanzo della eſtrattione, cioè, quel numero, nel quale il numero propoſto auanza il numero quadrato proſſimo minore, che viene eſſer prodotto dalla radice ritrouata moltiplicata in ſe ſteſſa. Ma il Denominatore è il doppio della radice ritrouata, e di più vna vnità, cioè, nella quale vnità la radice del numero quadrato, che è proſſimo maggiore del numero propoſto, auanza la radice ritrouata del numero quadrato, che è proſſimo minore compreſo nel numero propoſto. Perche in queſto modo ſarà compoſta vna radice molto più propinqua, che la ritrouata, minore però della vera. Alla quale, ſe s'aggiongerà quello, che ne riſulta dalla diuiſione dell'auanzo, del quale il uumero propoſto non quadrato auanza il quadrato della radice più propinqua già ritrouata, per il numero compoſto dal doppio della medeſima radice più propinqua, e dell'auanzo, nel quale la radice del numero quadrato proſſimo maggiore auanza la radice più propinqua ritrouata, ſi comporrà vna radice ancora più propinqua, ma però minore, della vera. Alla quale ſe di nuouo s'aggiongerà quello, che ne riſulta dalla diuiſione dell'auanzo, nel quale il numero propoſto non quadrato auanza

In che modo ſi ritroui la radice più propinqua, minore però, della vera.

za il quadrato della radice propinqua vltimamente ritrouata, per il numero composto dal doppio della medesima vltima radice propinqua, e dall'auanzo, nel quale la radice del num. quadrato prossimo maggiore auanza la medesima vltima radice propinqua, si farà ancora vna radice più propinqua, ma minore però della vera. Et in questo modo si potrà sempre ritrouare vna radice più, e più propinqua in infinito; ma non si trouarà però mai la vera radice, ma sempre vna radice alquanto minore, della vera 4.

Essempio. Sia proposto il numero non quadrato 20. La radice del quadrato prossimo minore è 4. che moltiplicata in se stessa produce 16. & auanza 4. Se adunque alla radice 4. s'aggiongerà il rotto $\frac{4}{9}$. il Numeratore del quale è quell'auanzo, ma il Denominatore è il doppio della radice ritrouata 4. di più 1. si farà la radice più propinqua 4. $\frac{4}{9}$. Perche il numero quadrato di questa è 19. $\frac{61}{81}$. che benche sia minor del num. proposto 20. nondimeno è manco differente da quello, del quadrato numero 16. della prima radice.

Leuato questo quadrato 19. $\frac{61}{81}$. Dal num. proposto non quadrato 20. auanzano $\frac{20}{81}$. Di più la radice 5. del quadrato 25. prossimo maggiore, del numero proposto 20. eccede la radice propinqua 4. $\frac{4}{9}$. poco fa ritrouata, in questa minutia $\frac{5}{6}$. che aggionta al doppio della radice propinqua 4. $\frac{4}{9}$. cioè à 8. $\frac{8}{0}$. fa il numero 9. $\frac{5}{9}$. per il quale se si diuiderà quel resto $\frac{20}{81}$. si farà il Quotiente $\frac{180}{6885}$. che aggionto alla radice propinqua 4. $\frac{4}{9}$. prossimamente ritrouata, farà la radice più propinqua $4\frac{29160}{61995}$. cioè $\frac{8}{17}$. Imperoche il numero quadrato di questa è 19. $\frac{285}{280}$. il quale ancora è minore, del numero proposto 20. non quadrato: ma più s'accosta però à quello, che il quadrato 19. $\frac{61}{81}$. della radice 4 $\frac{4}{9}$. ritrouata auanti questa radice $4\frac{8}{17}$.

Di nuouo sottratto questo quadrato 19. $\frac{285}{280}$. dal numero proposto 20. non quadrato auanzano $\frac{4}{289}$. Di più la radice 5. del quadrato 25. prossimo maggiore del numero proposto 20. eccede la radice propinqua 4. $\frac{8}{17}$. vltimamente ritrouata, in questa minutia $\frac{9}{17}$. che aggionta al doppio dell'vltima radice propinqua 4. $\frac{8}{17}$. cioè

7.cioè à 8.$\frac{1}{1}\frac{6}{7}$. fa il numero 9.$\frac{8}{1}\frac{}{7}$. per il quale ſe ſi partirà quel reſto $\frac{}{2}\frac{4}{8}\frac{9}{}$. ſi farà il Quotiente $\frac{}{4}\frac{6}{6}\frac{8}{5}\frac{}{2}\frac{}{9}$. che aggionto alla radice propinqua 4.$\frac{8}{1}\frac{}{7}$. vltimamente ritrouata, ſarà la radice più propinqua 4.$\frac{3}{7}\frac{7}{9}\frac{3}{0}\frac{3}{9}\frac{8}{9}\frac{8}{3}$. cioè 4$\frac{7}{1}\frac{6}{6}\frac{1}{}$. Perche il numero quadrato di queſta è 19$\frac{2}{2}\frac{5}{5}\frac{8}{9}\frac{6}{2}\frac{1}{1}$. il quale è minore ancora, del numero propoſto 20. non quadrato; ma però ſe gl'accoſta più, che il quadrato 19$\frac{2}{2}\frac{8}{8}\frac{9}{9}$. della radice propinqua 4$\frac{8}{1}\frac{}{7}$. ritrouata auanti queſta radice 4.$\frac{1}{7}\frac{9}{6}\frac{}{1}$. e così in queſto modo ci potremo accoſtare tutta via più, e più alla verità, alla quale nondimeno mai arriuaremo, ma ſempre da quella mancaremo in qualche coſa.

L'altra via è queſta. Ritrouata la radice del maggior quadrato compreſo nel numero propoſto, s'aggionga à quella il rotto, della quale il Numeratore è il reſto della eſtrattione, cioè, quel numero, nel quale il numero propoſto auanza il numero quadrato proſſimo minore, che viene eſſere prodotto dalla radice ritrouata moltiplicata in ſe ſteſſa. Ma il Denominatore è il doppio della radice ritrouata. Perche in queſto modo ſi comporrà vna radice molto più propinqua, della ritrouata, maggiore però, della vera. Dalla quale ſe ſi leuarà quello, che ne prouiene alla diuiſione dell'auanzo, nel quale il numero quadrato dalla radice più propinqua già ritrouata auanza il numero propoſto, per il doppio della medeſima radice più propinqua, ne rimarrà vna radice ancora più propinqua, ma maggiore però, della vera. Dalla quale ſe di nuouo ſi ſottrarrà quello, che prouiene dalla diuiſione dell'auanzo, nel quale il numero quadrato della radice propinqua vltimamente ritrouata auanza il numero propoſto, per il doppio della medeſima radice vltima propinqua, reſtarà vna radice ancora più propinqua, ma però maggiore, della vera. Et in queſto modo ſi potrà ſempre ritrouare vna radice più, e più propinqua à in infinito; ma non ſi trouarà però mai la radice vera; ma ſempre vna radice al quanto maggiore, della vera.

Eſſempio. Sia propoſto il medeſimo numero 20. non quadrato. La radice del quadrato proſſimo minore

nore è 4. che moltiplicata in ſe ſteſſa fa 16. & auanzano 4. Se adunque alla radice 4. s'aggiongerà il rotto $\frac{4}{8}$. del quale il Numeratore è quel reſto; ma il Denominatore il doppio della radice ritrouata 4. ſi farà la radice più propinqua $4\frac{4}{9}$. cioè $4\frac{1}{2}$. Perche il numero quadrato di queſta è $20\frac{1}{4}$. il quale ſenza dubbio è maggiore, del numero propoſto 20. ma manco differente da quello, del quadrato numero 16. della prima radice.

Hora ſe'l $\frac{1}{4}$. cioè l'eccesso, nel qual il numero quadrato $20\frac{1}{4}$. della radice $4\frac{1}{2}$. proſſimamente ritrouata auanza il numero propoſto 20. ſi diuiderà per il doppio dalla radice propinqua $4\frac{1}{2}$. già ritrouata, cioè, per 9. ſi farà il Quotiente $\frac{1}{36}$. che leuato dalla radice $4\frac{1}{2}$. proſſimamente ritrouata, reſtarà la radice più propinqua $4\frac{34}{72}$ cioè $4\frac{17}{36}$. Perche il numero quadrato di queſta è 20. $\frac{1}{1286}$. che è maggiore ancora, del numero propoſto 20. ma manco ſi diſcoſta da quello, che il quadrato $20\frac{1}{4}$. della radice $4\frac{1}{2}$. ritrouata auanti queſta.

Che ſe di nuouo il $\frac{1}{1296}$. cioè, l'eccesso, el quale il numero quadrato $20\frac{1}{1292}$. della radice $4\frac{17}{36}$. proſſimamente ritrouata auanza il numero propoſto 20. ſi diuiderà per il doppio della radice $4\frac{17}{36}$. vltimamente ritrouata, cioè, per $8\frac{34}{36}$. ouero per $8\frac{17}{16}$. ſi farà il Quotiente $\frac{1}{31542}$. che ſottrata dalla radice $4\frac{17}{18}$. proſſimamente ritrouata, rimarrà la radice più propinqua $4\frac{197028}{417312}$. cioè, $4\frac{473}{1592}$. Perche il numero quadrato di queſta è $20\frac{1}{134374464}$. il quale è maggiore ancora, del numero propoſto 20. ma è moltomeno lontano da quello, del quadrato $20\frac{1}{1279}$. della radice $\frac{17}{18}$. ritrouata auanti queſta. E coſi in queſto modo ſi potrà tutta via più, e più accoſtarſi alla verità, alla quale però non arriuaremo mai, ma ſemdre l'auanzaremo in qualche coſa.

Come ſi ...roui la ...dice pro...inqua in vna ſola operatione.

Non voglio ancora laſciar di dire vn'altro modo di trouare la radice aſſai propinqua in vna ſola eſtrattione, molto vſato da'Mathematici. Il quale è queſto. Al numero, dal quale s'hà da curare la radice, s'aggionghino verſo la man deſtra alcuni pari di zeri-ri, come oooo. ouero ooooo. ouero oooooooo. &c. e quanto più darà di zeri saranno, tanto più propinqua radice si trouarà. Di poi di tutto questo numero si caui la radice, come insegnato habbiamo. Dalla radica si leuino à mano destra tante figure, quanti para di zeri sono stati gionti. Imperoche le figure, restante saranno la radice insieme con vn rotto, che hà per Numeratore le figure leuate; ma il Denominatore sarà 10. se serà gionto vn para di zeri; ouero 100. se due para ouero 1000. se tre para; &c. di modo, che'l Denominatore habbia tanti zeri, quanti para di zeri sono aggionti. Habbiasi per essempio da cauare la radice de 20. Aggionti tre para di zeri, haueremo il numero 20000000. Dal quale la radice è 4472. Leuate tre figure per amor delli tre para di zeri, sarà la radice 4. $\frac{472}{1000}$. minor della vera, ma assai propinqua. Perche il suo quadrato è $\frac{19998784}{1000000}$. cioè 19 $\frac{998784}{1000000}$. che poco minore, del numero proposto 20. Che s'aggionge 1. al Numeratore, si farà la radice propinqua maggiore della vera 4 $\frac{473}{1000}$. imperoche il suo quadrato è 20. $\frac{7729}{1000000}$. vn poco maggiore che 20.

```
                 4
                84
               887
              8942
2000000. ( 4472
 . . . .
4
 64
  191
   1216
```

In sostanza in questo modo non si fa altro, che moltiplicare il numero proposto per il quadrato di 10. ouero 100. ouero di 1000. &c. Perche giongendo oo. si moltiplica per 100 che è il quadrato di 10. e giongendo oooo. si moltiplica per 10000. che è il quadrato di 100. E giongendo oooooo. si moltiplica per 1000000. che è il quadrato di 1000. &c. Dipoi della radice di tutto il numero si piglia la $\frac{1}{10}$. ouero $\frac{1}{100}$. ouero $\frac{1}{1000}$. &c. secondo che la moltiplicatione sarà stata fatta per il quadrato di 10. ò di 100. ò di 1000. ò di 10000. &c. Come nel nostro essempio s'hà moltiplicato 20. per il quadrato di 1000. hauendo gionti 000000. e della radice 4472. di tutto il nu. 20000000. s'hà pigliato la parte $\frac{1}{1000}$. il che si fa partendo la radice per 1000. &c.

Come si troui la radice propinqua ne' num. rotti, in vna sola operatione.

Sappi ancora, che'l medesimo si fa nelli rotti. Imperoche se s'aggiongeranno alcuni para di zeri tanto il Numeratore, quanto al Denominatore, si farà della radice del Numeratore, il Numeratore, e della radice del Denominatore, al Denominatore della radice, che si cerca. Come se desidera la radice di $\frac{2}{3}$. con aggiongere 0000. si farà il rotto $\frac{20000}{30000}$. la radice dal Numeratore è 141. e del Denominatore 173. Adunque la radice propinqua di $\frac{2}{3}$. sarà $\frac{141}{173}$. il quadrato d[ella] quale è $\frac{19881}{29929}$ poco minore, de $\frac{2}{3}$. e così delli altri numeri rotti.

Sarebbe hora tempo di trattare dell'estrattione della radice cubica, e dell'altre radici, lequali sono infinite; ma perche il trattare di queste è cosa molto difficile, e l'inuentione della radice quadrata è più necessaria per intendere i libri di Archimede, Tolomeo, e dell'altri Matematici, à posta lo differiamo nella nostra Aritmetica più piena. Doue non solo trattaremo di tutte le radici, e del modo d'approssimarsi più al vero, ma dichiararemo ancora infinite altre cose, delle quali à posta in questo compendio ci siamo estenuti.

IL FINE.

TA-

TAVOLA
DELLE COSE PIV' PRINCIPALI,
Che in ciascheduno Capitolo si contengono.

Cap. I.

Del modo di numerare li numeri rotti.

Cap. II.

Del modo d'aggiongere, ò sommare li numeri intieri insieme.

Cap. III.

Del modo di sottrarre vn numero intiero d'vn'altro intiero.

Cap. IV.

Del moltiplicare i numeri intieri.

Cap. V.

Del partire i numeri intieri.

Cap. VI.
Del modo di numerare i numeri rotti.

Cap. VII.
La stima, ò valore de'i numeri rotti.

Cap. VIII.
Delli rotti di rotti.

Cap. IX.

Del modo di ridurre i numeri rotti à minimi numeri, ouero termini.

Cap. X.

Del modo di ridurre i numeri rotti ad vna medesima denominatione, & ad intieri, & gl'intieri à qual si voglia rotto, & finalmente i rotti di rotti à rotti semplici.

Cap. XI.

Del modo di raccorre i numeri rotti.

Cap. XVI.
Alcune Questioncelle delli numeri intieri, e rotti.

Cap.

Cap. XVII.

Della regola del tre.

Cap. XVIII.

Regola del tre, che chiamano Euersa, ouero voltata all' indietro.

Cap. XIX.

Regola del tre composta.

Cap. XX.

Regola delle compagnie.

Cap. XXI.

Regola di alligatione, ouero di ligamento.

Cap. XXII.

Regola del falso di semplice positione.

Cap. XXIII.

Regola del falso di doppia positione.

Cap. XXIV.

Delle progressioni Aritmetiche.

Cap. XXV.

Delle progressioni Geometriche.

Quan-

Cap. XXVI.

Del modo di cauare la radice quadrata.

Cap. XXVII.

Del modo di approssimarsi più al vero nelle radici de' numeri non quadrati.

IL FINE.